

数Ⅲ 【微分法】微分法の図形への応用

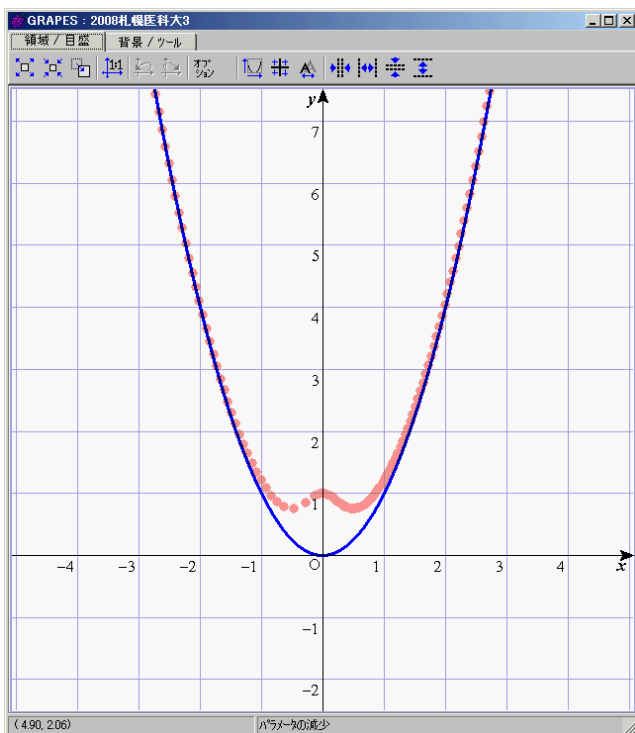
2008 札幌医科大学 医学部（前期）【3】

$a > 0$  とする。放物線  $y = ax^2$  上の2点  $P(p, ap^2)$ 、 $Q(q, aq^2)$  は、 $PQ = 2$  を満たしながら動く。

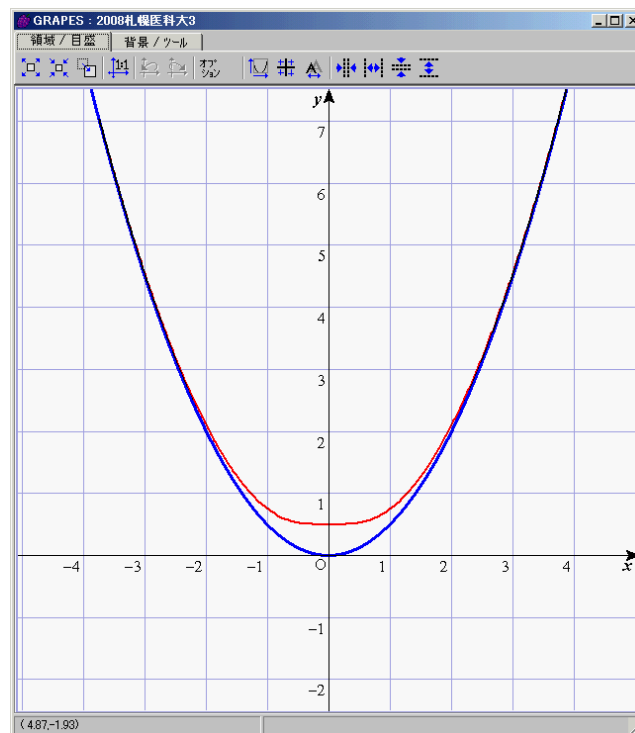
- (1)  $u = p + q$ 、 $v = pq$  とするとき、 $u$ 、 $v$  が満たす関係式を求めよ。
- (2) 線分  $PQ$  の中点  $M$  とする。このとき、点  $M$  の軌跡の方程式を求めよ。
- (3) 点  $M$  の  $y$  座標が最小となるときの  $M$  の座標を求めよ。

まずスクリプト①を動かすと、 $P$ の動きに伴い $M$ がどんな軌跡を描くかを確認することができる。

次にスクリプト②を動かすと、 $M$ の軌跡を一度に描くことができる。この状態でパラメータ  $a$  の値を変化させると、 $a$  の値によって $M$ の描く図形がどのように変化していくかがわかる。実際にやってみると、 $a = 0.5$  の前後でグラフの形が変わることを確認できる。このことから、(3)で最小値を考えるときに、この値の前後で場合分けが必要、ということを理解することができる。



① 点  $P$  を移動させて  $M$  の軌跡を表示  
( $a = 1$  のとき)



② GRAPES の「曲線」を用いて  $M$  の軌跡を表示  
( $a = 0.5$  のとき)