

数Ⅲ 【微分法】微分法の図形への応用

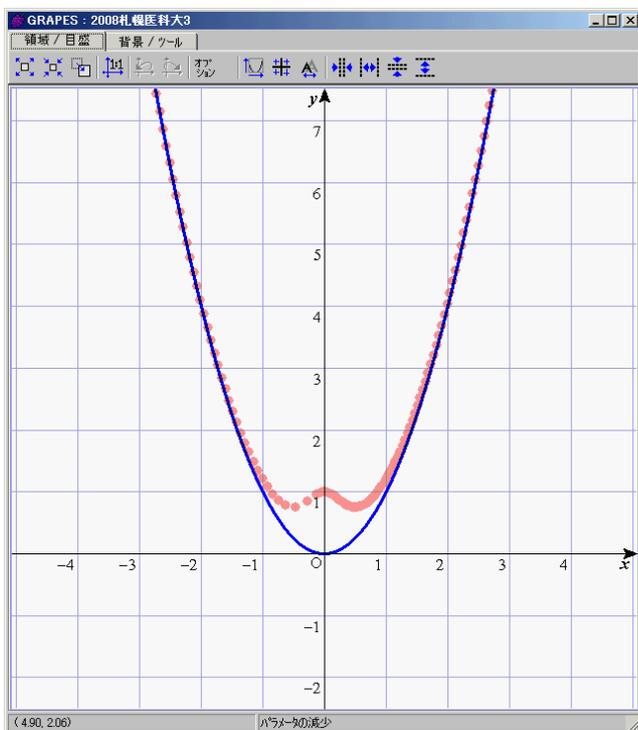
2008 札幌医科大学 医学部（前期）【3】

$a > 0$ とする。放物線 $y = ax^2$ 上の2点 $P(p, ap^2)$ 、 $Q(q, aq^2)$ は、 $PQ = 2$ を満たしながら動く。

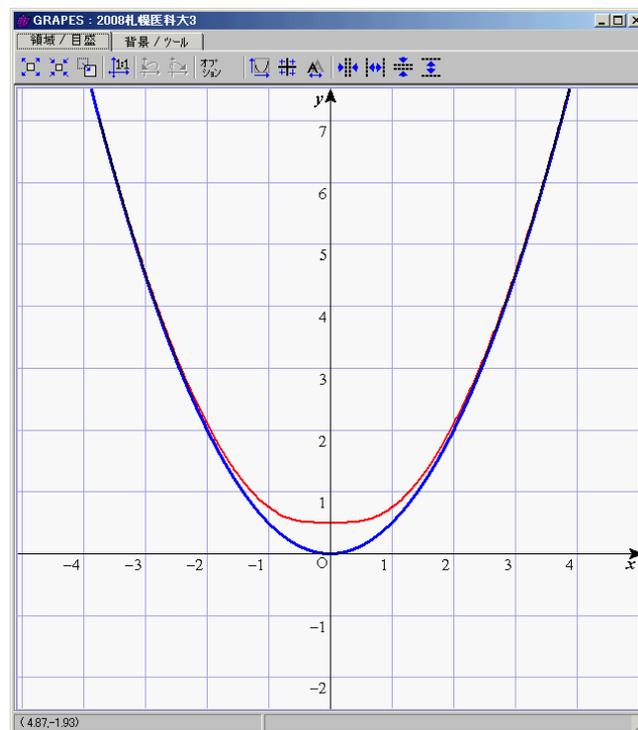
- (1) $u = p + q$ 、 $v = pq$ とするとき、 u 、 v が満たす関係式を求めよ。
- (2) 線分 PQ の中点 M とする。このとき、点 M の軌跡の方程式を求めよ。
- (3) 点 M の y 座標が最小となるときの M の座標を求めよ。

まずスクリプト①を動かすと、 P の動きに伴い M がどんな軌跡を描くかを確認することができる。

次にスクリプト②を動かすと、 M の軌跡を一度に描くことができる。この状態でパラメータ a の値を変化させると、 a の値によって M の描く図形がどのように変化していくかがわかる。実際にやってみると、 $a = 0.5$ の前後でグラフの形が変わることを確認できる。このことから、(3)で最小値を考えるときに、この値の前後で場合分けが必要、ということを理解することができる。



① 点 P を移動させて M の軌跡を表示
($a = 1$ のとき)



② GRAPES の「曲線」を用いて M の軌跡を表示
($a = 0.5$ のとき)