

数C 【いろいろな曲線】 楕円

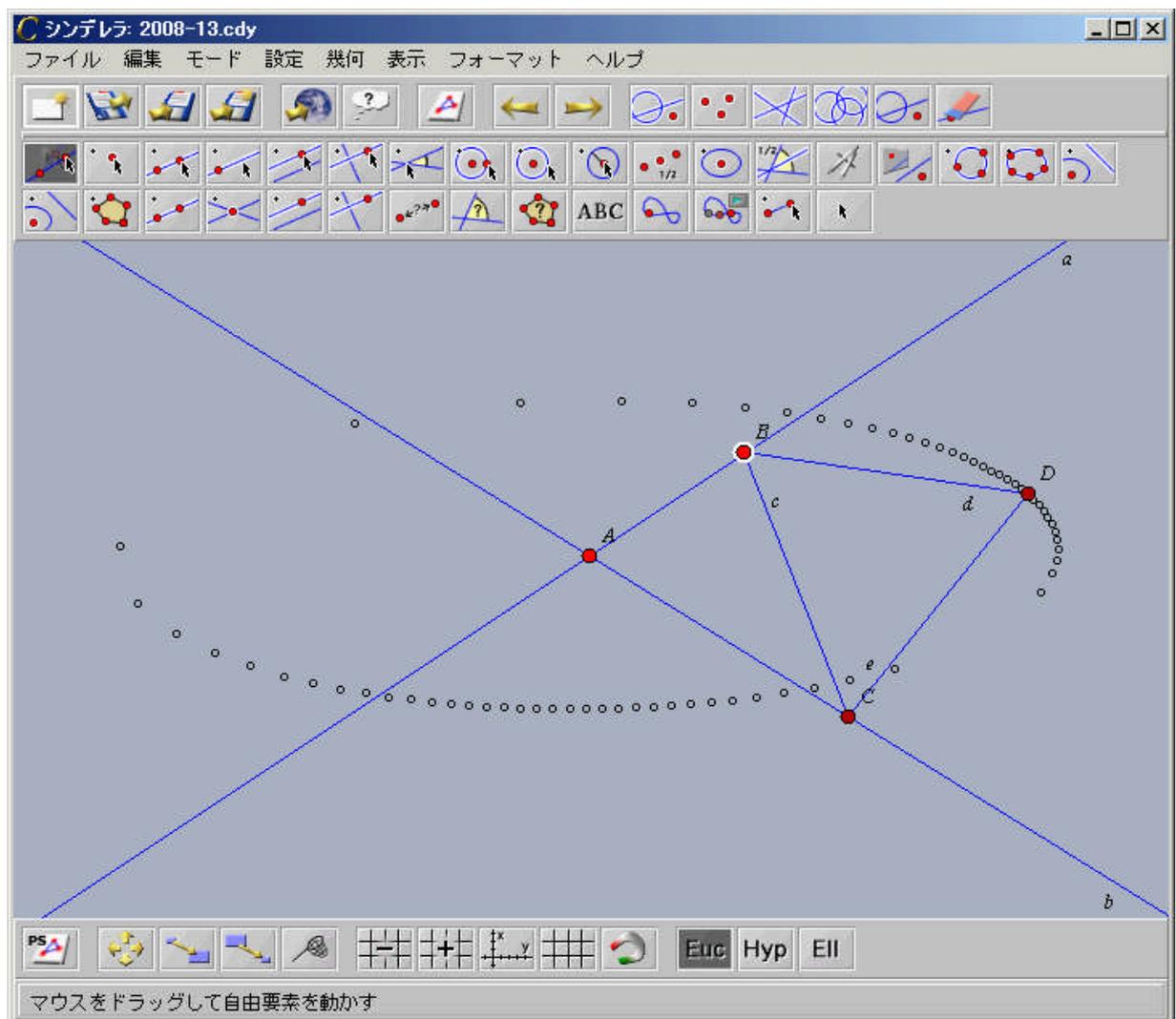
2008 東京工業大学 全学部（前期）【4】

平面上の原点  $O$  を端点とし、 $x$  軸となす角がそれぞれ  $-\alpha$ 、 $\alpha$ （ただし  $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$ ）である半直線を  $L_1$ 、 $L_2$  とする。

$L_1$  上に点  $P$ 、 $L_2$  上に点  $Q$  を線分  $PQ$  の長さが 1 となるようにとり、点  $R$  を直線  $PQ$  に対し原点の反対側に  $\triangle PQR$  が正三角形になるようにとる。

- (1) 線分  $PQ$  が  $x$  軸と直交するとき、点  $R$  の座標を求めよ。
- (2) 2点  $P$ 、 $Q$  が、直線  $PQ$  の長さを 1 に保ったまま  $L_1$ 、 $L_2$  上を動くとき、点  $R$  の軌跡はある楕円の一部であることを示せ。

厳密な座標は計算に任せるとして、どのような動きをし、どんな軌跡になるかをシンデレラで描いてみた。半直線を直径とすれば、楕円全体を描くのだと思われる。



直線の傾きを変えたり、 $R$  の代わりに  $PQ$  の中点の軌跡を考えるなど、発展して考えてみると面白い。