

数C 【行列】 一次変換

PCレス・プレゼンテーションによる授業実践例

1. はじめに

コンピュータや電子黒板などを利用して授業を実施することはとても有効であるが、準備時間がかかりすぎるのが問題点になっている。今回はコンピュータ、電子黒板をセットする準備時間を短縮させるために、USBメモリーとプロジェクターのみを教室に運びプロジェクターにあるプレゼンテーション機能を利用する方法を研究してみた。

2. 準備するもの

- ・プロジェクター（アイシステム用コンピュータと同じ時期に1学年分の台数配備されたもの）
- ・USBメモリー
- ・延長コード

3. データの作り方

JPEG形式などのファイルを認識し表示することができる。今回はGRAPESで描いた図の生徒に見せたいタイミングの場面で「ファイル」-「画像の保存」でJPEG形式のファイルに保存し、USBメモリーに保存する。「ファイル」-「画像の連続保存」でも1アクションずつ保存することができるが、メモで書かれた部分などが表示されないことがあるので、授業の流れを考えながら「画像の保存」を利用するほうが効果的であると考えられる。

何時間分もまとめてUSBメモリーに保存するときにフォルダーを作って保存しても、USBメモリー内にあるすべてのJPEGファイルをまとめて表示してしまうので、分割して別のUSBメモリーに保存するか、1_1、1_2、・・・、2_1、2_1などとわかりやすく順番に並ぶようなファイル名で保存していくことが大切であると考えられる。

4. 授業展開例

1次変換のGRAPESのファイルと1次変換のベクトル表示フォルダ内の1_1.JPGから1_15.JPGファイルと回転移動のGRAPESのファイルと回転移動フォルダ内の2_1.JPGから2_8.JPGファイルを参考にしてください。

①点の移動と1次変換

(1, 0) は (a, c) に移動する (0, 1) は (b, d) に移動する

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

具体的な行列を使って、ベクトルの復習をする。

(1, 0) は (2, 1) に移動する (0, 1) は (1, 3) に移動する

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(5,3) の移動先を計算すると、(13,14)であるが、

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 14 \end{pmatrix}$$

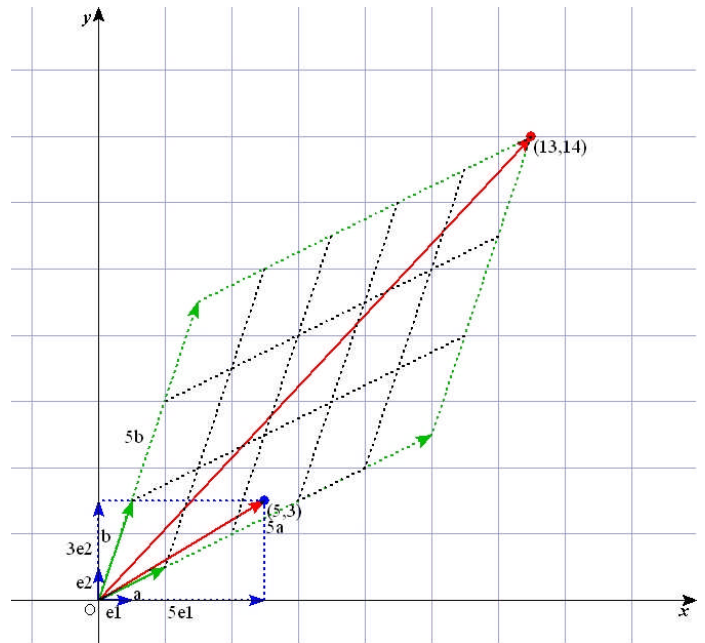
(5,3) を単位ベクトルで表わすと

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} = 5 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{であり}$$

単位ベクトルの代わりに移動先のベクトル (2,1), (1,3) を用いると

$$5 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 14 \end{pmatrix} \quad \text{となる。}$$

さらに、行列式 $\Delta = ad - bc$ と平行四辺形の面積の関係を理解させる。



②回転移動と1次変換

行列の一次変換で三角比の復習をする。

原点の周りに θ 回転する変換は三角比の $90^\circ + \theta$ の公式の復習に使う

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix}$$

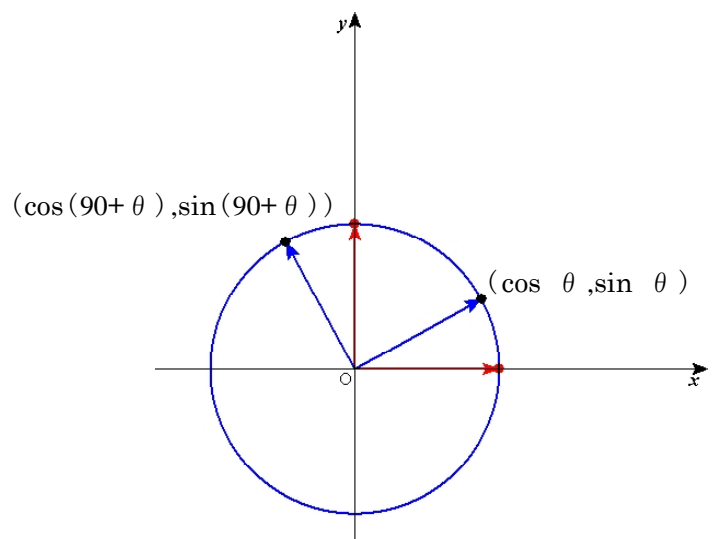
回転移動を忘れても、(1,0)と(0,1)の移動先が $(\cos\theta, \sin\theta)$ と $(\cos(90+\theta), \sin(90+\theta))$ であることと

$$\cos(90^\circ + \theta) = -\sin\theta$$

$$\sin(90^\circ + \theta) = \cos\theta$$

を思い出せば、

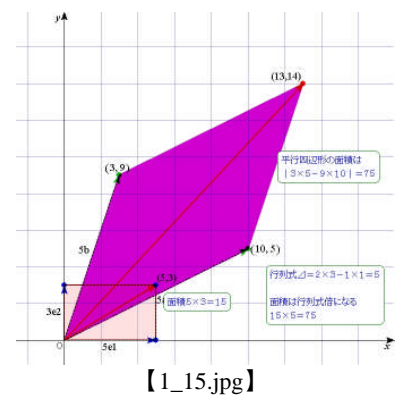
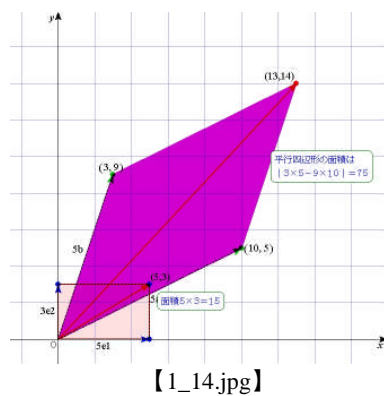
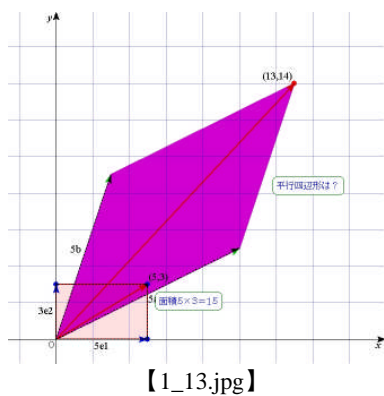
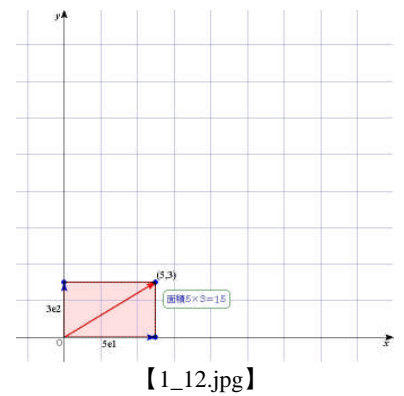
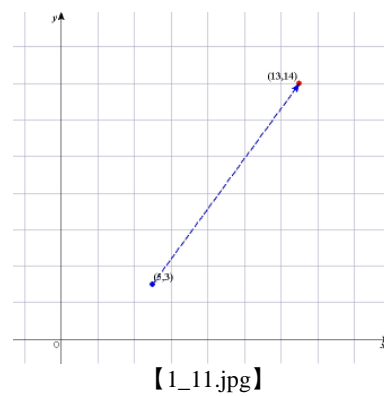
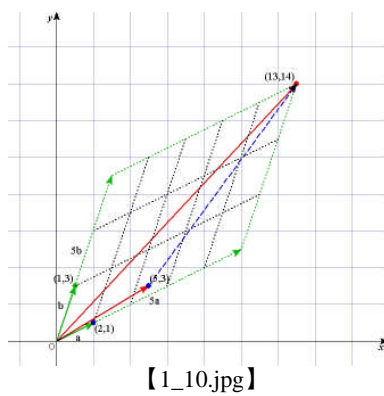
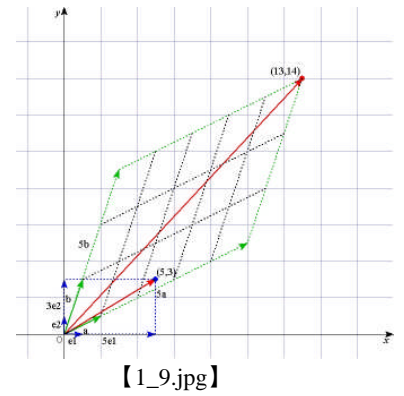
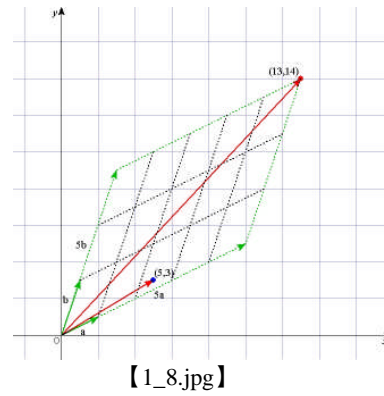
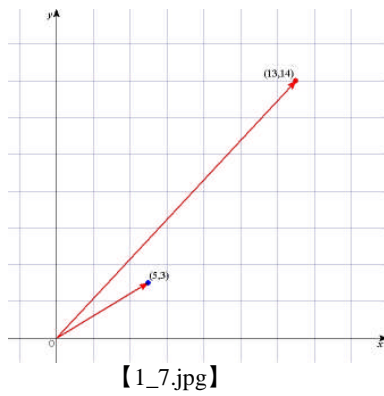
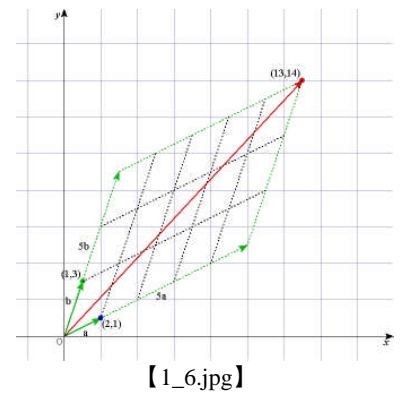
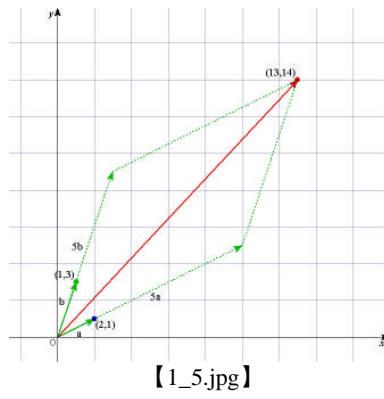
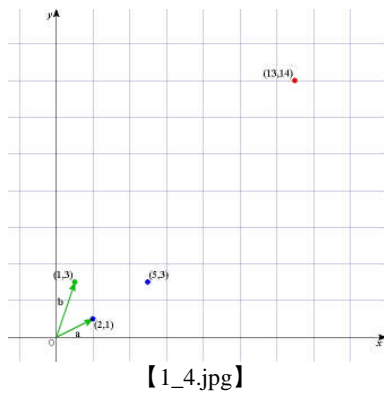
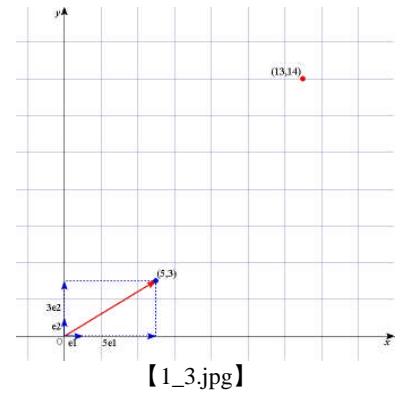
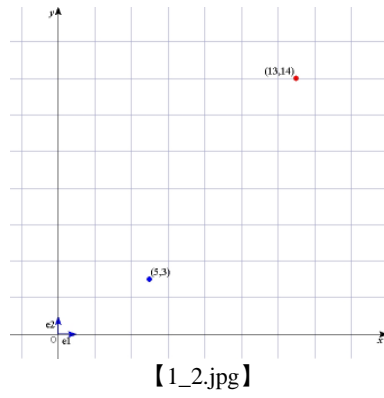
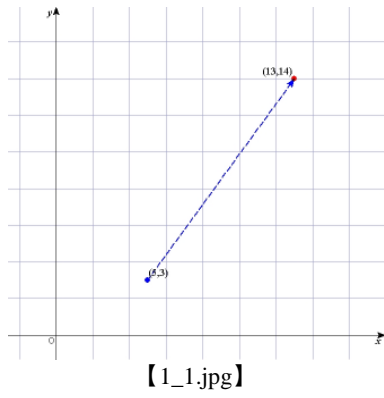
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{を導くことができる。}$$



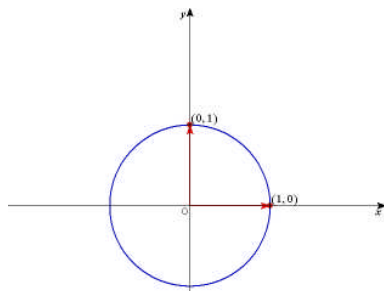
5. おわりに

GRAPES で考えたものあるいはサンプルで与えられたものを、JPEG ファイルに保存することによって PC なしでも授業で活用できる素材に変化することができる。効果的な活用法であると考えられる。

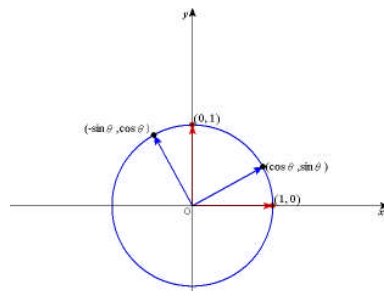
■ 「①点の移動と1次変換」で用意したjpeg画像 (画像をクリックするとjpeg画像が表示されます。)



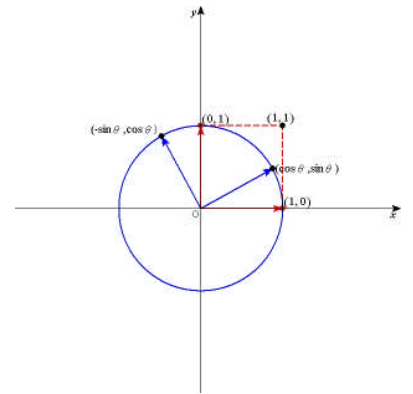
■ 「②回転移動と1次変換」で用意したjpeg画像 [（画像をクリックするとjpeg画像が表示されます。）](#)



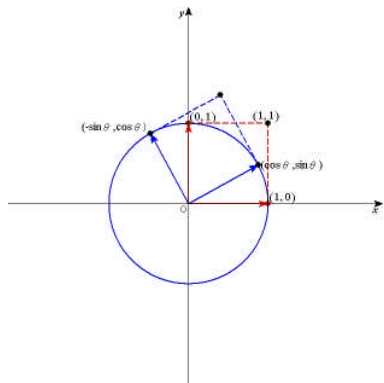
【2_1.jpg】



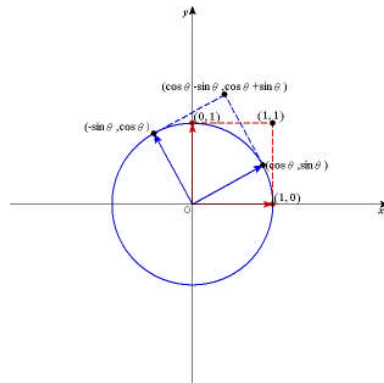
【2_2.jpg】



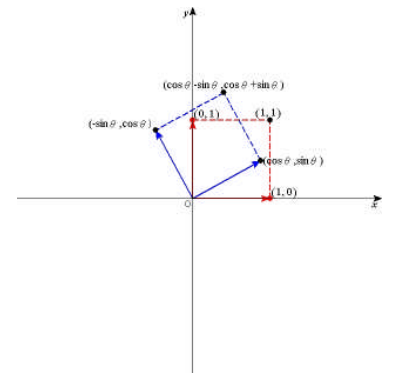
【2_3.jpg】



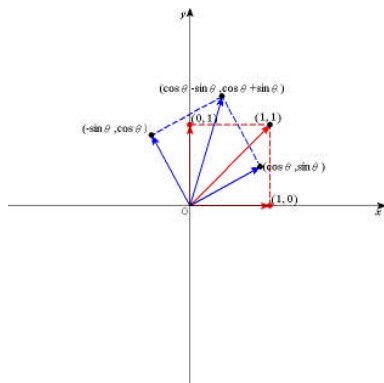
【2_4.jpg】



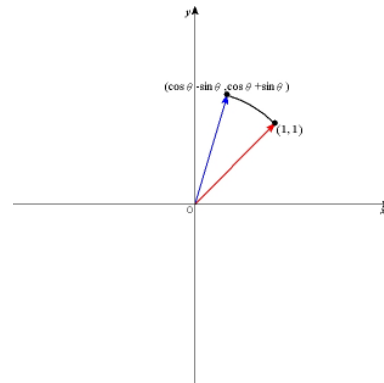
【2_5.jpg】



【2_6.jpg】



【2_7.jpg】



【2_8.jpg】