

数Ⅲ 【積分法とその応用】断面積による体積

図形が通過してできる立体の体積

1. 単元 数学Ⅲ 積分法とその応用（断面積による立体の体積の計算）

2. 目的 立体を、 x 軸に垂直な平面で切って考えるだけでなく、 y 軸や z 軸に垂直な平面でも切って考えることにより、立体をさまざまな角度から捉える数学的な力を養う。

3. PC 提示の形態：プロジェクターによる一斉提示
使用ソフト：GRAPES

4. 展開

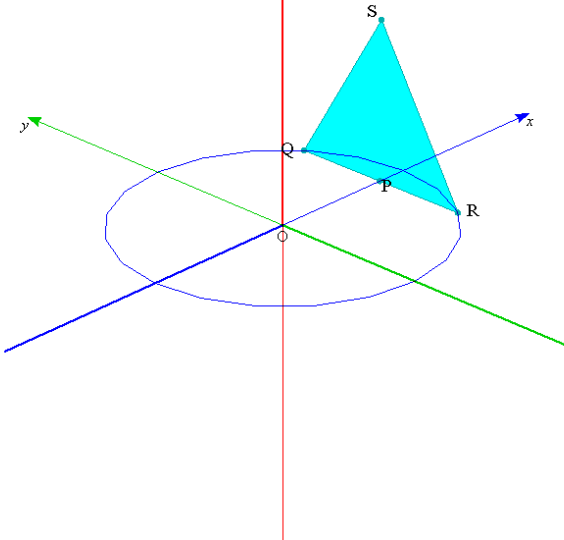
	指導内容	留意点
導 入	断面積と立体の体積について $V = \int_a^b S(x) dx$	・ 区分求積法の考えを利用して、立体の体積を定積分で表すことを考えさせる。
展 開	例題 1	
	底面の半径が r 、高さが h の直円錐の体積 V は、 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ であることを示せ。	
		・ どのように x 軸をとると体積を求めることができるか工夫させる。
	問題 1	
半径 a の円 O がある。この直径 AB 上の点 P を通り直線 AB に垂直な弦 QR を底辺とし、高さが h である二等辺三角形を、円 O の面に対して垂直に作る。 P が A から B まで動くとき、この三角形が通過してできる立体の体積 V を求めよ。		
		・ まず、どんな立体になるのか想像させる。 ・ どのように x 軸をとると、体積を求めることができるか工夫させる。 二等辺三角形を断面として考え、体積を求めさせる。 ・ 他にも、 x 軸のとり方を考えさせる。 直円柱の底面と平行に断面（楕円）を考えさせ、体積を求めさせる。
問題 2		
底面の半径が a で高さも a である直円柱がある。この底面の直径 AB を含み底面と 45° の傾きをなす平面で、直円柱を 2 つの立体に分けると、小さい方の立体の体積を求めよ。		
		・ どのように x 軸をとると、体積を求めることができるか工夫させる。 直角三角形を断面として考え、体積を求めさせる。 ・ 他にも、 x 軸のとり方を考えさせる。 x 軸と平行に断面（長方形）を考えさせ、体積を求めさせる。
ま と め		・ 計算しやすいように、 x 軸のとり方を工夫し、断面積を考えさせる。

【問題 1】

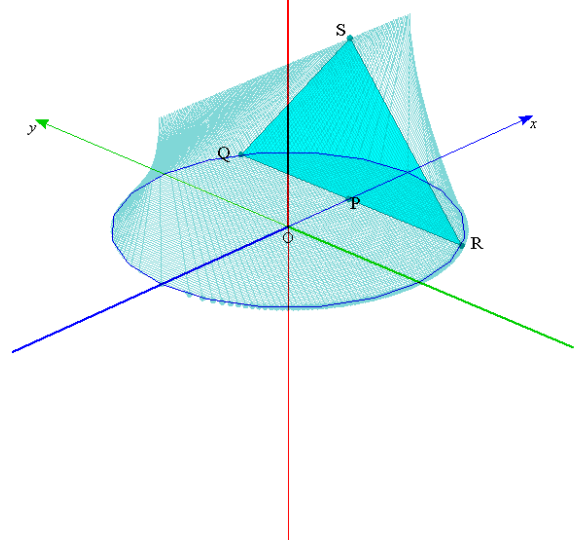
半径 a の円 O がある。この直径 AB 上の点 P を通り、直線 AB に垂直な弦 QR を底辺とし、高さが h である二等辺三角形を、円 O の面に対して垂直に作る。 P が A から B まで動くとき、この二等辺三角形が通過してできる立体の体積を求めよ。

体積 1 三角形.gp3

a を $-1 \leq a \leq 1$ の範囲で動かしながら、 $\triangle QRS$ が通過してできる立体について考えてみよう。

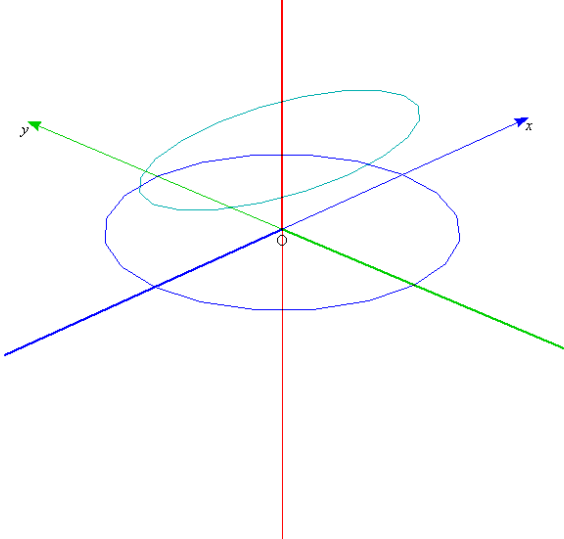


a を $-1 \leq a \leq 1$ の範囲で動かしながら、 $\triangle QRS$ が通過してできる立体について考えてみよう。

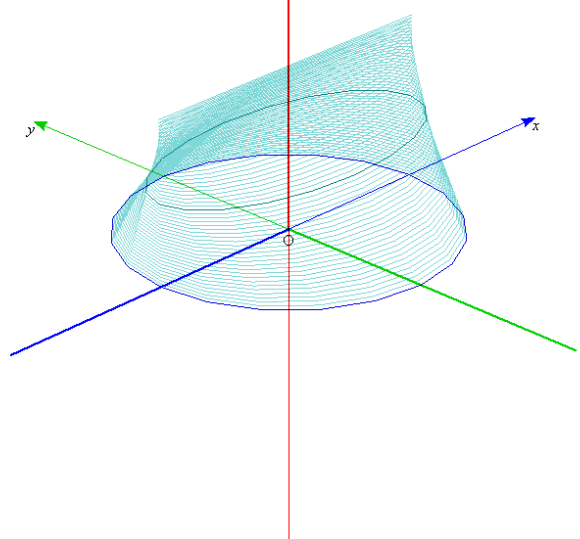


体積 1 楕円.gp3

b を $0 \leq b \leq 1$ の範囲で動かしながら、楕円が通過してできる立体について考えてみよう。



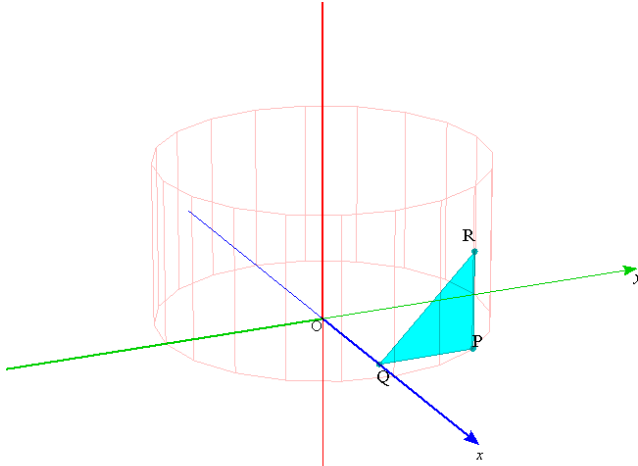
b を $0 \leq b \leq 1$ の範囲で動かしながら、楕円が通過してできる立体について考えてみよう。



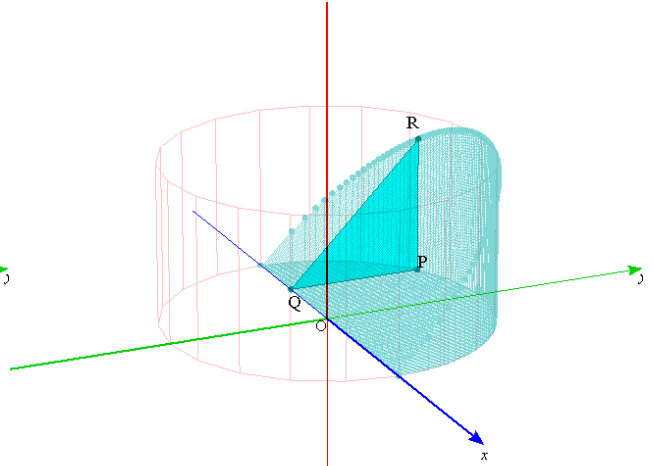
【問題 2】

底面の半径が a で高さも a である直円柱がある。この底面の直径 AB を含み 45° の傾きをなす平面で、直円柱を2つの立体に分けるときの、小さい方の立体の体積を求めよ。

体積 2 三角形.gp3

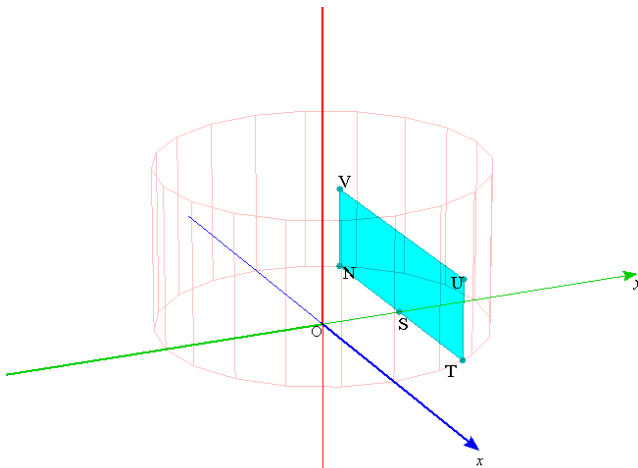


a を $-1 \leq a \leq 1$ の範囲で動かしながら、
三角形が通過してできる立体について考えてみよう。

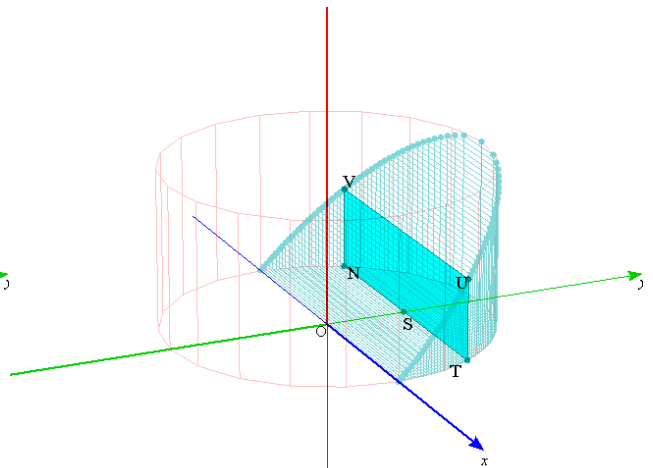


a を $-1 \leq a \leq 1$ の範囲で動かしながら、
三角形が通過してできる立体について考えてみよう。

体積 2 長方形.gp3



b を $0 \leq b \leq 1$ の範囲で動かしながら、
長方形が通過してできる立体について考えてみよう。



b を $0 \leq b \leq 1$ の範囲で動かしながら、
長方形が通過してできる立体について考えてみよう。