

数Ⅱ 【図形と方程式】円の方程式

2009 東北大学 経済学部（後期）【4】

$t$  を  $t \geq 0$  を満たす実数とする。座標平面において、

不等式  $x^2 + y^2 + 2y - 1 \leq 0$  が表す領域を  $A$ 、

不等式  $x^2 + y^2 - 2(t+1)x - 2t^2y + t^4 + t^2 + 2t - 1 \leq 0$  が表す領域を  $B$ 、

不等式  $x^2 + y^2 + 2(t+1)x - 2t^2y + t^4 + t^2 + 2t - 1 \leq 0$  が表す領域を  $C$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $t=0$  のとき、 $A$ 、 $B$ 、 $C$  の共通部分  $A \cap B \cap C$  は空集合でないことを示せ。
- (2)  $B$  と  $C$  の共通部分が1点からなるとき、 $t$  の値を求めよ。
- (3)  $t$  が(2)で求めた値のとき、 $B$  と  $C$  の共通部分は  $A$  に含まれることを示せ。
- (4)  $A \cap B \cap C$  が空集合でないための  $t$  の範囲を求めよ。

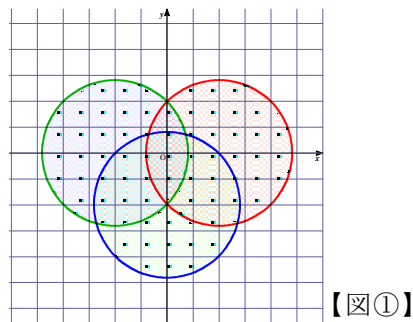
GRAPES を使い、 $t$  の値によってグラフがどのように変化するかイメージする。

この場合、陰関数に問題の不等式を入力するよりも、基本図形に円の中心座標と半径を入力する方がデータは軽くなる。

円の中心、半径を求める有用性を考えさせる一例になるのかもしれない。

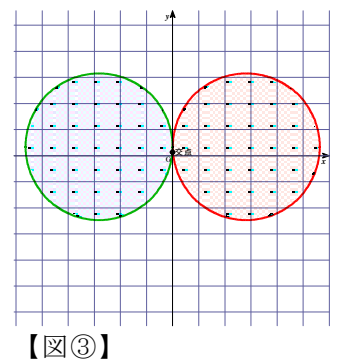
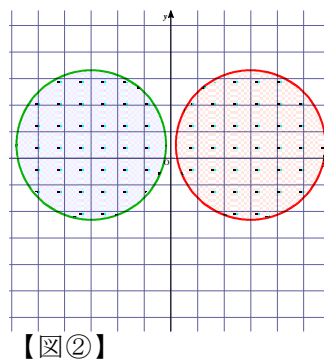
- (1) について、 $t=0$  の場合のグラフを表示し、共通部分が空集合でないことを視覚的に確認する。

【図①】

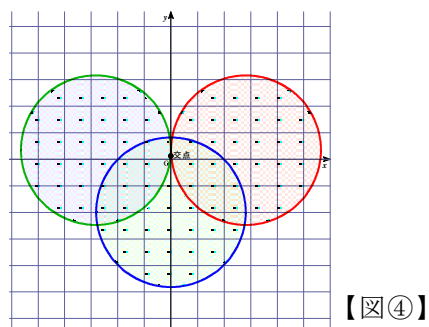


- (2) について領域  $A$  を再度表示して、 $T$  を変化させることにより、領域  $B$  と  $C$  がどのように変化するかを確認しつつ、共通部分が1点になるときを探す。

【図②③】



- (3) について、領域  $A$  を再度表示し、共通部分が  $A$  に含まれることを確認する。【図④】



- (4) について、 $t$  の値を変化させることにより、図①から図④までの範囲で条件を満たすことが確認できる。