

数Ⅲ 【定積分の応用】面積

数Ⅲ 【定積分の応用】体積

2009 東京理科大学 理（数学）学部【1】

半径  $r$  の円の面積と、半径  $r$  の球の体積について次の間に答えよ。

(1) 半径  $r$  の円の面積を求める式

$$2 \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x^2} dx = \pi r^2$$

によって表される数学的な内容を、左辺の積分の式の立て方の図形的意味を中心に正確な日本語で述べよ。

また、この積分を計算して右辺の値が得られることを答を導く過程とともに示せ。

(2) 半径  $r$  の球の体積を求める式

$$\pi \int_{-r}^r (\sqrt{r^2 - x^2})^2 dx = \frac{4}{3} \pi r^3$$

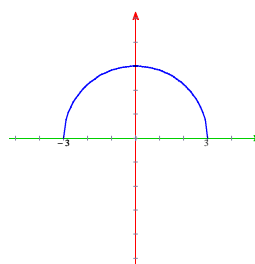
によって表される数学的な内容を、左辺の積分の式の立て方の図形的意味を中心に正確な日本語で述べよ。

また、この積分を計算して右辺の値が得られることを答を導き過程とともに示せ。

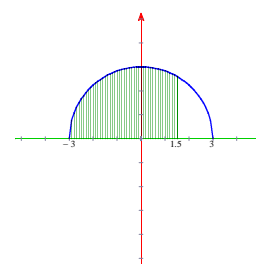
3D-GRAPES を使うことにより、平面から空間  
への拡張を考えることができる。

(1) については空間での問題なので視点を操作し、  
軸が一つ見えないように設定する。【図①】

パラメータを操作し、積分の様子を見ることが  
できる。【図②】



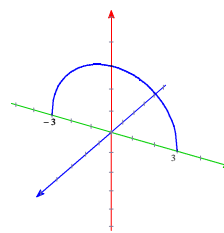
【図①】



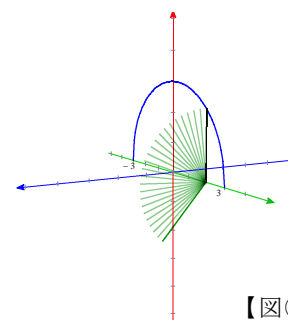
【図②】

(2) については空間での問題なので視点を操作し、  
3次元空間に拡張する。【図③】

また、積分する式が円の面積であることを確認  
する。【図④】

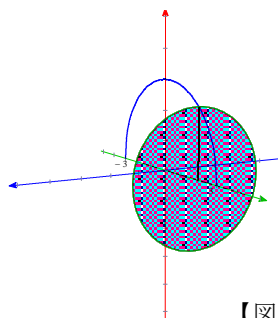


【図③】

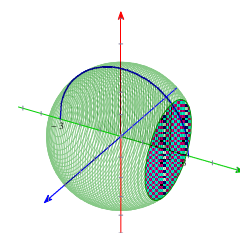


【図④】

パラメータを操作し、積分が球の体積を表すこと  
を確認する。【図⑤⑥】



【図⑤】



【図⑥】

以上のように平面から空間に拡張し、積分のグラフのイメージを捉えさせる補助として利用できる問題である。