

数B 【ベクトル】球面の方程式

2009 東京工業大学 全学部（第1類を除く）（後期）【1】

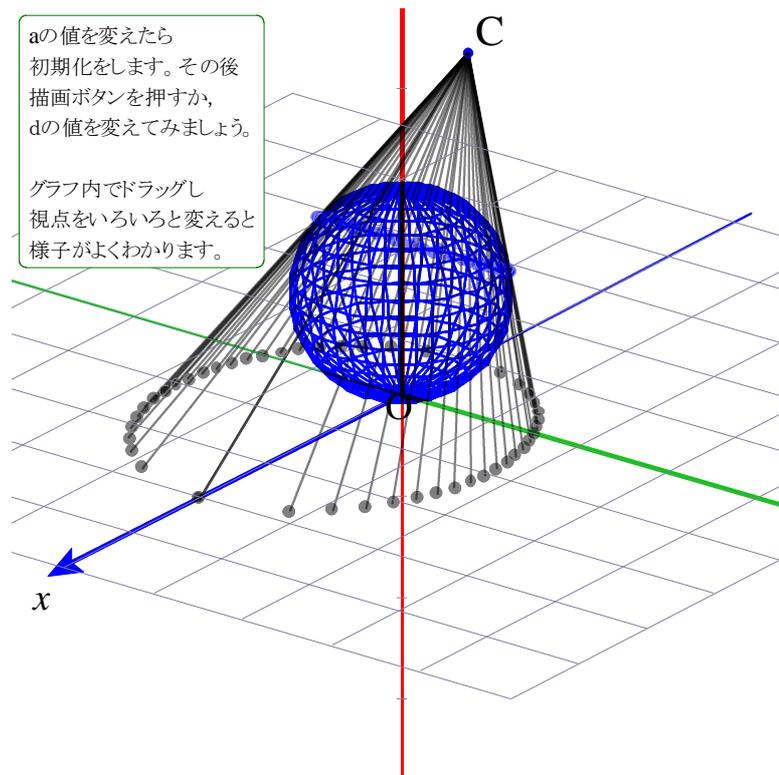
$a$  が与えられた実数のとき、 $xyz$  空間の点  $C(a, 0, 3)$  から出た光が球

$$x^2 + y^2 + (z-1)^2 \leq 1$$

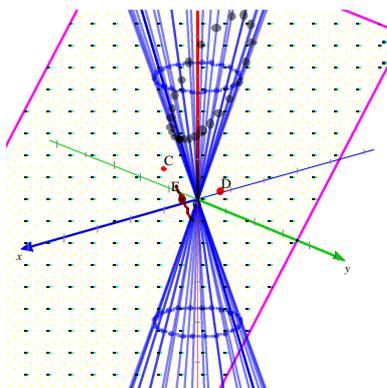
できえざられてできる  $xy$  平面上の影を  $S$  とする。点  $(X, Y, 0)$  が  $S$  に含まれる条件を求めよ。

この問題の解答は、 $\frac{(X+a)^2}{a^2+3} + \frac{Y^2}{3} \leq 1$  となり、境界線は楕円（特に  $a=0$  の場合は円）となる。

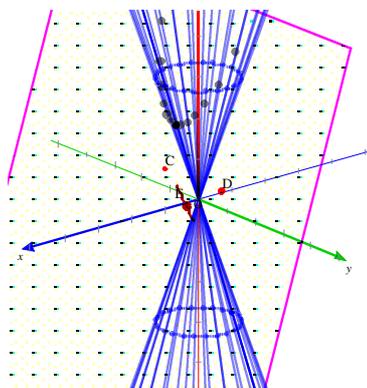
この問題の様子を 3D-GRAPES を用いて表示し、視点をいろいろと変えてみると、影の輪郭が円錐曲線になっていることが分かる。



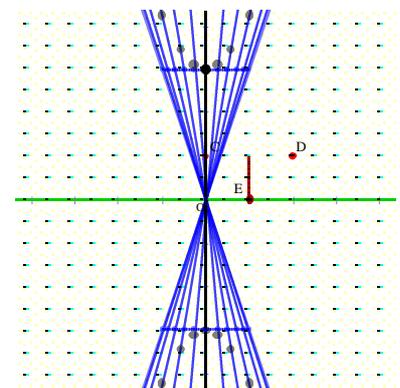
なお、各種円錐曲線を表示させるための教材も作成した。上の教材と合わせて利用すると、円錐曲線に対する理解を深めることができる。（下図の  $s$  は、断面を動かすためのパラメータ）



$s=0.6$  のとき（楕円）



$s=0.4$  のとき（放物線）



$s=0$  のとき（双曲線）※  $x$  軸方向より