

数Ⅲ 【微分法的应用】 接線と法線

2010 茨城大学 工学部（前期）【4】

曲線 $C: y=(x-3)\sqrt{x}$ ($x>0$) の法線を考える。ただし、曲線 C 上の点 P における法線とは、点 P を通り、この曲線上の点 P における接線に垂直に交わる直線のことである。このとき、以下の各問に答えよ。

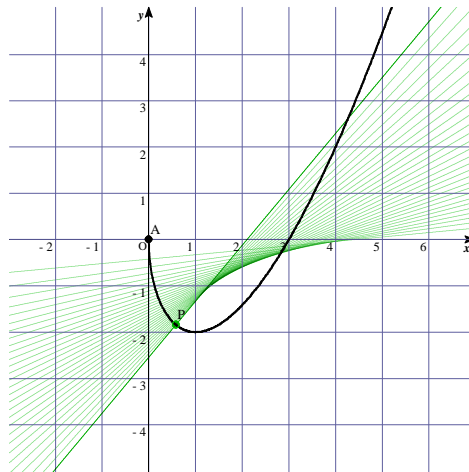
- (1) 関数 $y=(x-3)\sqrt{x}$ ($x>0$) の増減、極値を調べて、そのグラフをかけ。
- (2) 曲線 C 上の点 $(t, (t-3)\sqrt{t})$ における法線の方程式を求めよ。
- (3) a を正の定数とすると、点 $(a, 0)$ を通る法線の本数を調べよ。

(3) の法線の本数を 2 つのアプローチで表示してみた。

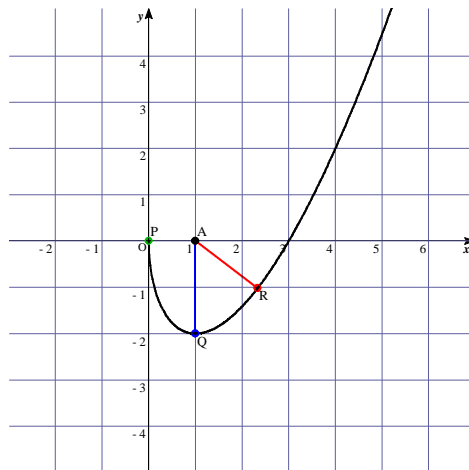
「点 P を動かして法線を描く」では、与えられた曲線 C 上の点 P における法線を順に描いていく。一通り書いた後、 x 軸を横切る法線に注目すると、

- ・法線が 2 回通っている場所(網状の部分)
- ・法線が 1 回通っている場所
- ・法線が通っていない場所

の 3 種類に分類できることがわかる。それぞれの範囲が (3) の範囲に対応している。



「点 A を動かして法線を描く」では、 a の値を変化させながら、それぞれの場合の法線を実際に表示している。法線の本数が変わる前後ではスクリプトで一旦動きを止め、変化を見やすいようにしてある。



それぞれ一長一短はあるが、どちらの方法でも (3) の問題の意味を理解するのに役立つことができる。