

数Ⅲ 【微分法の応用】体積

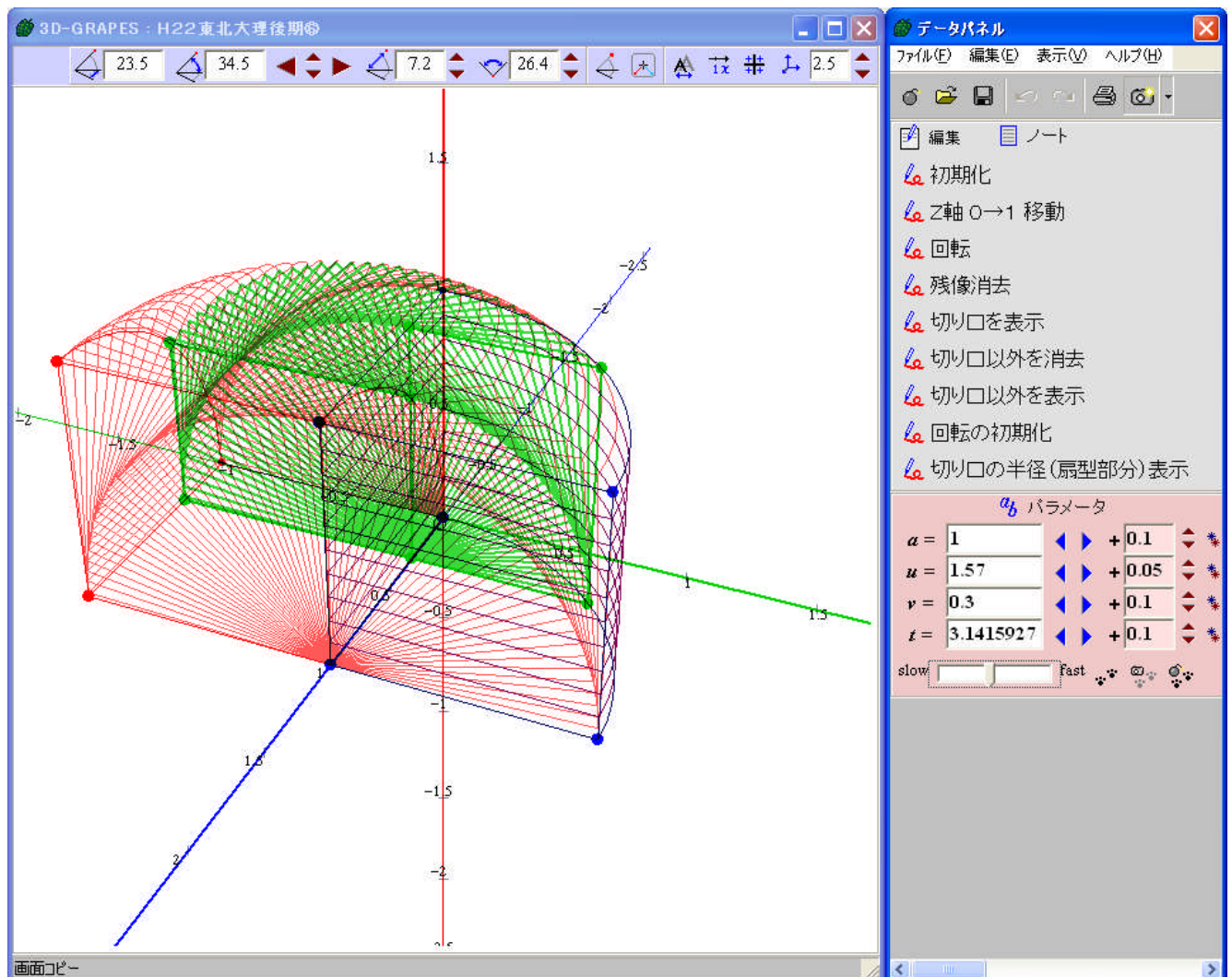
2010 東北大学 理学部（後期）【6】

xy 平面において、連立不等式

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 \leq x \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

の表す領域を A とする。これを座標空間内で z 軸の方向に 1 だけ平行移動するとき A が通過してできる立体を B とする。 B を x 軸のまわりに、 y 軸から z 軸の方向に 90° 回転させたときに通過してできる立体を C とする。 C の体積を求めよ。

問題の手順通り、 A から B 、 B から C へと立体を表示し、生徒に提示することができる。また立体の切り口を表示し、実際にどのように断面積を求めていくかのヒントとして、断面積のみを回転させたり、対角線を表示できる。



数Ⅲ 【微分法の応用】体積

2010 東北大学 理学部（後期）【6】

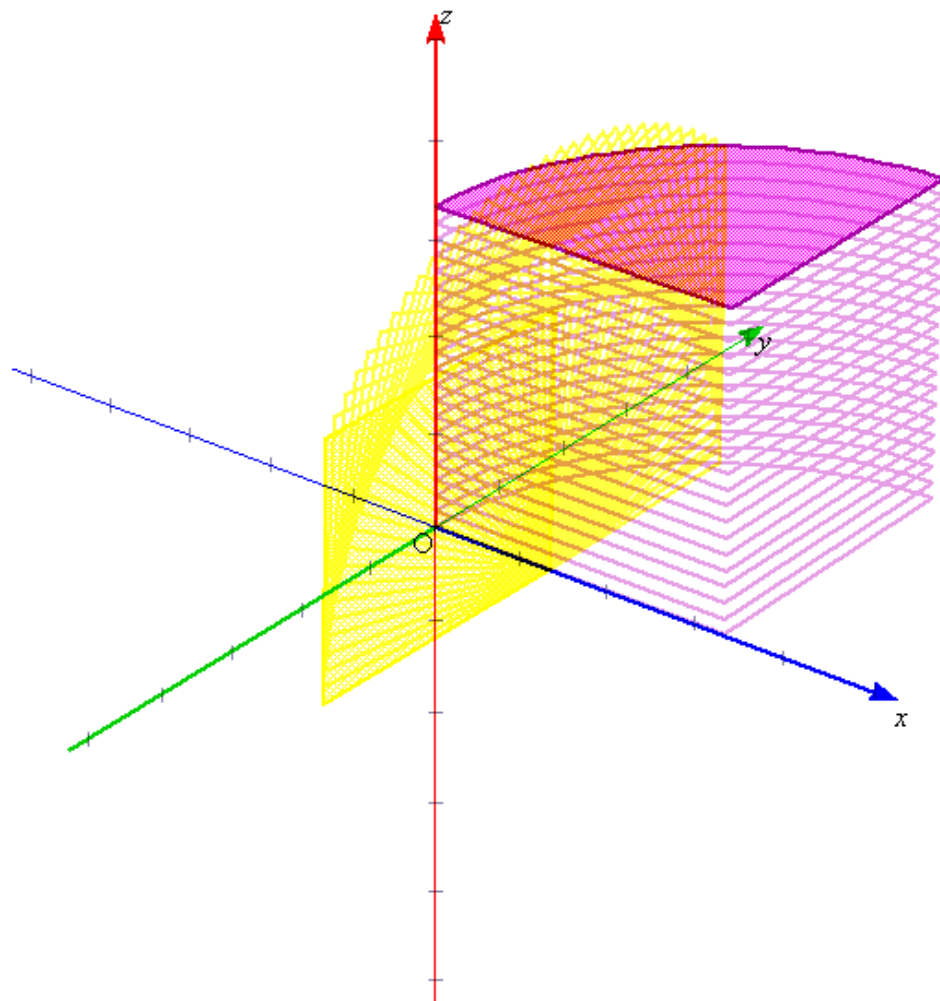
xy 平面において、連立不等式

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 \leq x \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

の表す領域を A とする。これを座標空間内で z 軸の方向に 1 だけ平行移動するとき A が通過してできる立体を B とする。 B を x 軸のまわりに、 y 軸から z 軸の方向に 90° 回転させたときに通過してできる立体を C とする。 C の体積を求めよ。

3D-GRAPES を使うと、平面から空間への変化をイメージしやすい。

この問題では「パラメータをひとつ変化させて重ねていくことによって体積を求める＝積分である」という説明を直感的に理解させやすい。



数Ⅲ 【微分法の応用】体積

2010 東北大学 理学部（後期）【6】

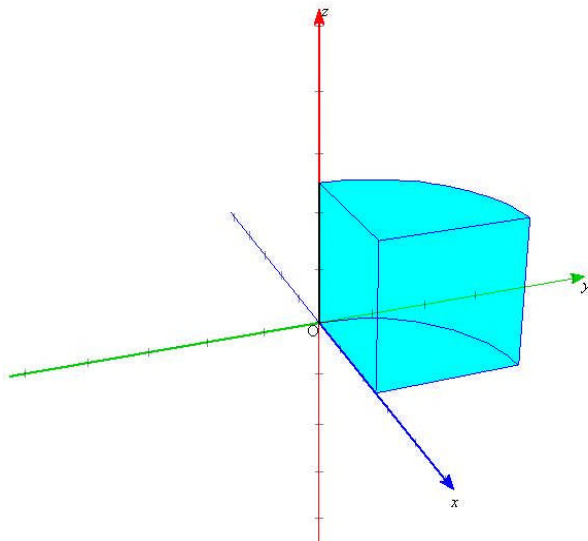
xy 平面において、連立不等式

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 \leq x \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

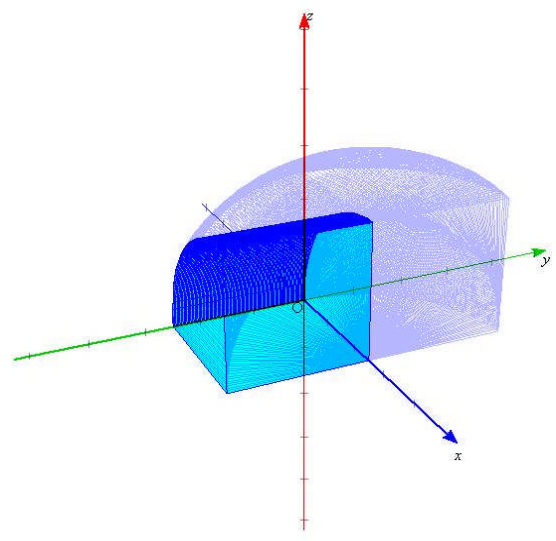
の表す領域を A とする。これを座標空間内で z 軸の方向に 1 だけ平行移動するとき A が通過してできる立体を B とする。 B を x 軸のまわりに、 y 軸から z 軸の方向に 90° 回転させたときに通過してできる立体を C とする。 C の体積を求めよ。

この問題は回転した後にできる図形を考えにくい。立体の構造がわかれば計算自体は楽である。立体 B (図①) は考えやすいが、立体 C (図②) が考えにくい。断面は長方形であり、それを回転させたもの (図③) の面積がわかれば、答えまでたどりつける。

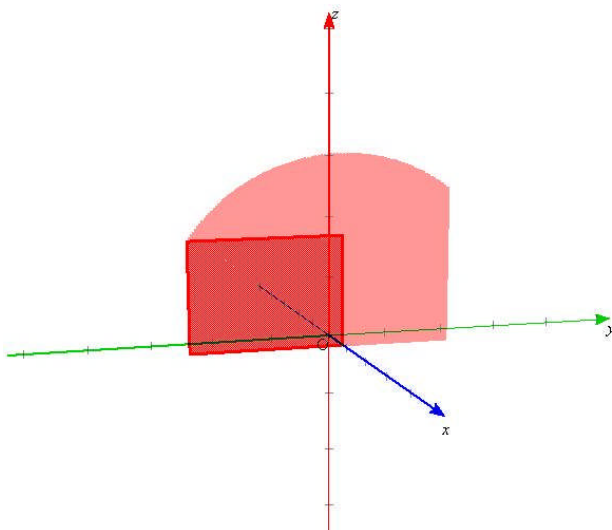
図①



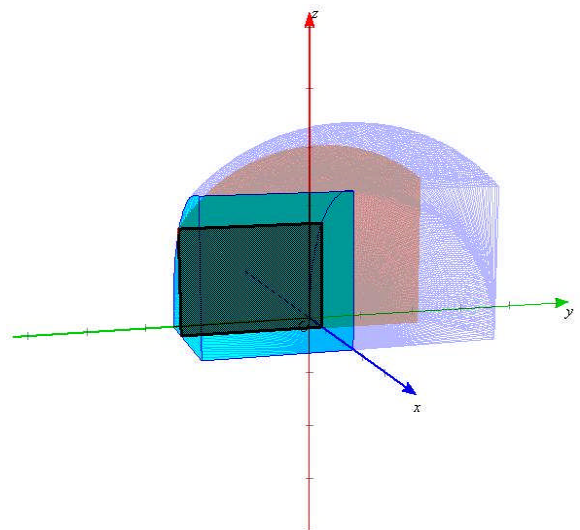
図②



図③



図④ (立体 C と長方形を同時に描いたもの)



数Ⅲ 【微分法の応用】 体積

2010 東北大学 理学部（後期）【6】

xy 平面において、連立不等式

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 \leq x \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

の表す領域を A とする。これを座標空間内で z 軸の方向に 1 だけ平行移動するとき A が通過してできる立体を B とする。 B を x 軸のまわりに、 y 軸から z 軸の方向に 90° 回転させたときに通過してできる立体を C とする。 C の体積を求めよ。

「回転する」をクリックすると、実際に回転してできる立体の様子を見ることができます。

