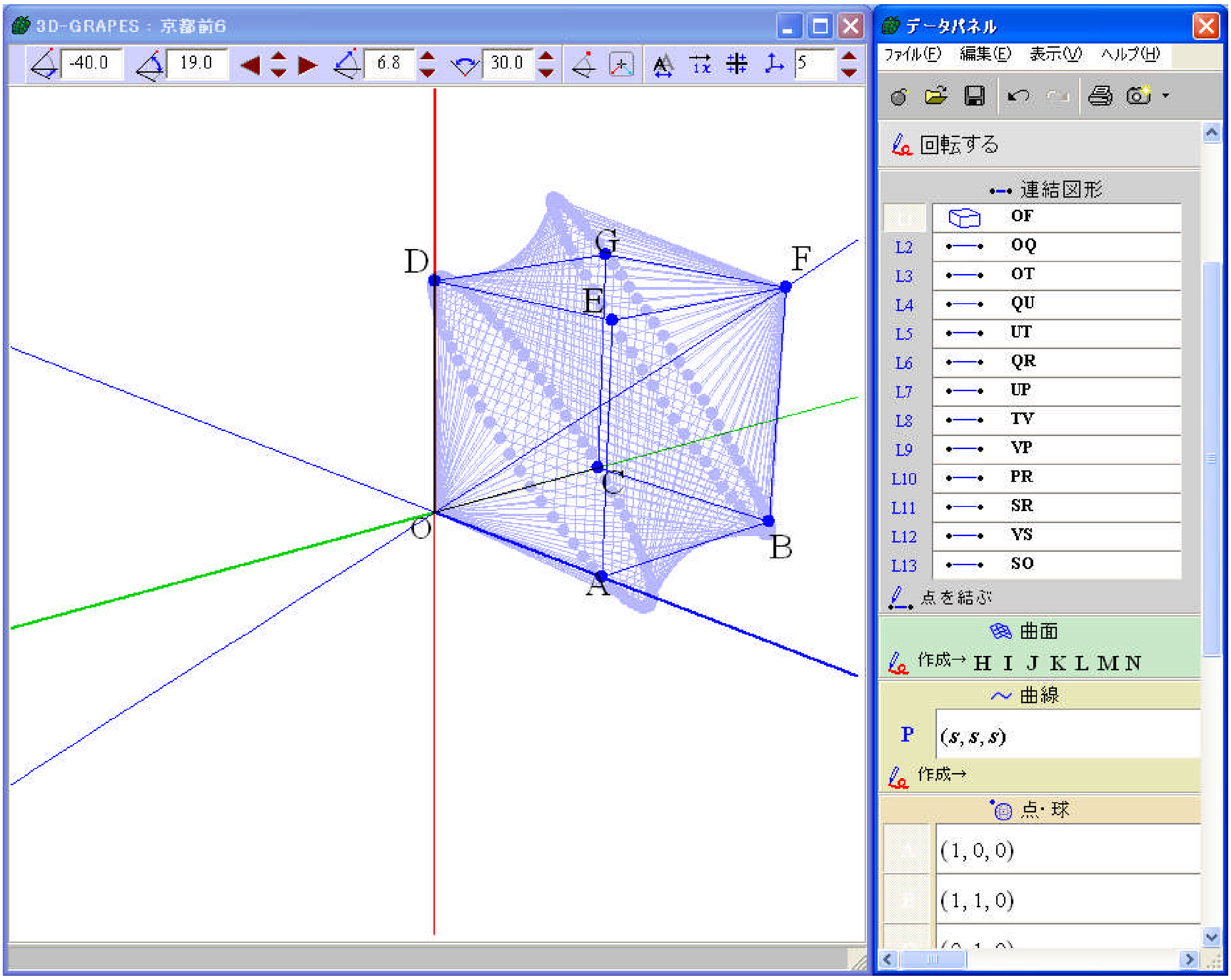
愛知県高等学校数学研究会
数 学 科 教 育 情 報 委 員 会

数Ⅲ 【微分法の応用】体積

2010 京都大学　医（人間健康科学）教育（理系）学部（前期）【６】

座標空間内で、$O(0,0,0)$、$A(1,0,0)$、$B(1,1,0)$、$C(0,1,0)$、$D(0,0,1)$、$E(1,0,1)$、$F(1,1,1)$、$G(0,1,1)$ を頂点に持つ立方体を考える。この立方体を対角線 OF を軸にして回転させて得られる回転体の体積を求めよ。

回転体がどのような形状になるのかを説明するのに、3D-GRAPES は威力を発揮する。
回転の様子を見せることで円錐２つと回転一様双曲面の部分に分けて考えればよいことが分かる。



数Ⅲ　【微分法の応用】体積

2010 京都大学　医（人間健康科学）教育（理系）学部（前期）【６】

座標空間内で、$O(0,0,0)$、$A(1,0,0)$、$B(1,1,0)$、$C(0,1,0)$、$D(0,0,1)$、$E(1,0,1)$、$F(1,1,1)$、$G(0,1,1)$ を頂点に持つ立方体を考える。この立方体を対角線OF を軸にして回転させて得られる回転体の体積を求めよ。

まず図１の 3D-GRAPES を起動する。立方体の各頂点の位置関係とこの立方体を対角線ＯＦを軸にして回転させて得られる回転体がどのような形になりそうか、おおよその見当をつけることができる。

次に図２の 3D-GRAPES を起動する。こちらは考察をしやすくするためと、計算の簡略化のため回転軸が x 軸になるよう立方体を移動してある。スクリプトを動かした後、いろいろな方向から回転体を眺めることにより、回転体の形を確認することができる。これにより、回転体の体積は、「２つの円錐」と「双曲線の回転体」を合わせたものであるということがわかる。

図１

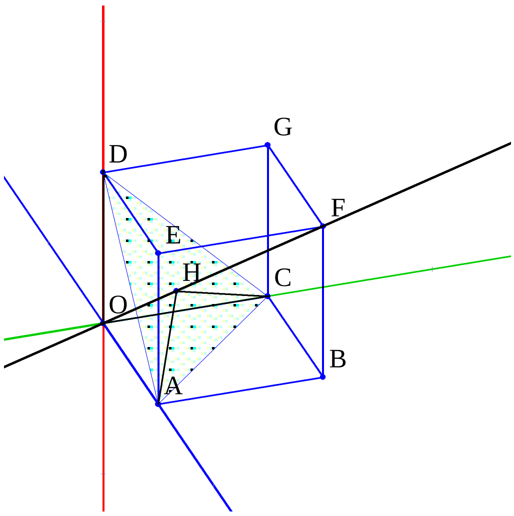
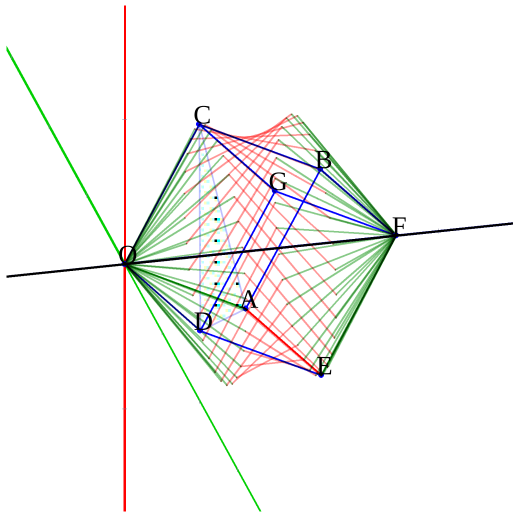


図２



なお、図２中央の赤い部分は回転一葉双曲面であり、この形は神戸ポートタワー(下の写真)等で見られる。