

数B 【ベクトル】 図形の計量問題

2010 東京大学 理科（前期）【6】

四面体 $OABC$ において、4つの面はすべて合同であり、 $OA=3$ 、 $OB=\sqrt{7}$ 、 $AB=2$  であるとする。また、3点 $O$ 、 $A$ 、 $B$  を含む面を $L$ とする。

- (1) 点 $C$  から平面 $L$ におろした垂線の足を $H$  とおく。 $\overrightarrow{OH}$  を $\overrightarrow{OA}$  と $\overrightarrow{OB}$  を用いて表せ。
- (2)  $0 < t < 1$  を満たす実数 $t$  に対して、線分 $OA$ 、 $OB$  各々を $t : t-1$  に内分する点をそれぞれ $P_t$ 、 $Q_t$  とおく。  
2点 $P_t$ 、 $Q_t$  を通り、平面 $L$ に垂直な平面を $M$  とするとき、平面 $M$  による四面体 $OABC$  の切り口の面積 $S(t)$  を求めよ。
- (3)  $t$  が  $0 < t < 1$  の範囲を動くとき、 $S(t)$  の最大値を求めよ。

立体の切り口の形状について、3D-GRAPES を用いて表してみた。

スクリプトを用いて変化の様子を見せることで、問題のイメージがつかめるのではないと思われる。

