

数C 【いろいろな曲線】 曲線の媒介変数表示

2010 名古屋工業大学 工学部（後期）【4】

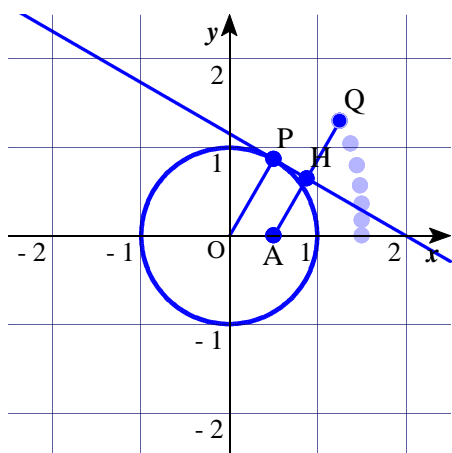
座標平面上に円 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ と点 $A\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ を考える。 C_1 上の点 P における接線に関して点 A と対称な点を Q とする。点 P が円 C_1 上を1周するときの点 Q の軌跡を C とする。点 P の座標を $(\cos t, \sin t)$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 Q の座標 $(x(t), y(t))$ を求めよ。
- (2) 点 Q の x 座標 $x(t)$ の $0 \leq t \leq \pi$ における増減を調べよ。
- (3) 曲線 C で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

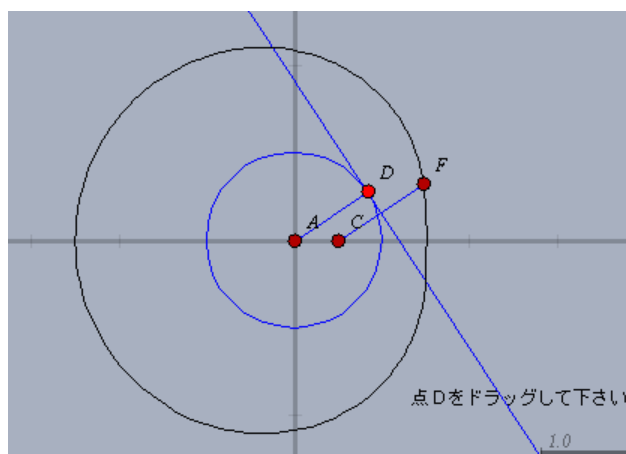
点 Q の軌跡が分かりにくいので、GRAPES と Cinderella で教材を作ってみた。

GRAPES の場合は t の値を変化させるか、スクリプトを動かして点 P を動かすと、点 Q の軌跡を描くことができる。また、Cinderella の場合は、点 P (Cinderella 上では点 D) を動かさなくても一気に点 Q (Cinderella 上では点 F) の軌跡を描くことができる。もちろん点 P を動かす (GRAPES で t の値を動かすことと同様) ことにより、点 Q の軌跡を確認することができる。

GRAPES の場合



Cinderella の場合



点 Q の軌跡を描くことにより、(3) で面積を求めるときに役立つことができる。