

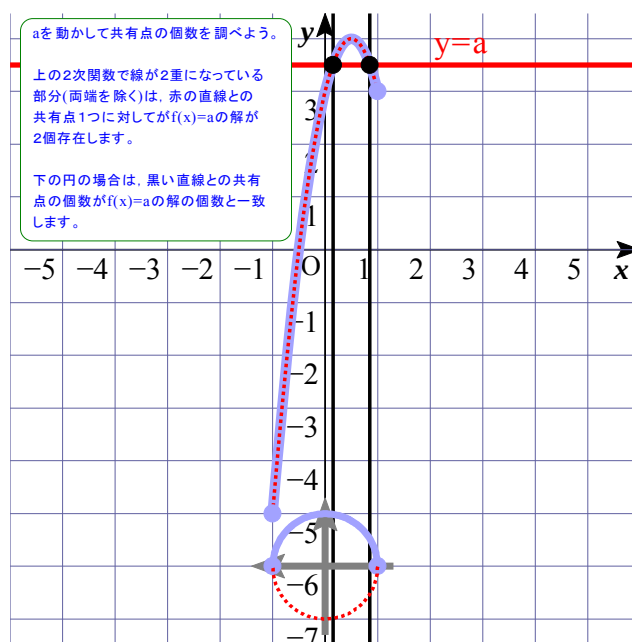
数Ⅱ 【三角関数】 三角方程式

2012 岩手大学 人文社会科学部（前期）【2】

関数 $f(x) = 2\sin^2 x + 4\sin x + 3\cos 2x$ について、以下の問いに答えよ。ただし、 $0 \leq x \leq 2\pi$ とする。

- (1) $t = \sin x$ とするとき、 $f(x)$ を t の式で表せ。
- (2) $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x の値をすべて求めよ。
- (3) 方程式 $f(x) = a$ の相異なる解が4個であるような実数 a の値の範囲を求めよ。

(1) で誘導があるように、置き換えを使ってもとの関数を2次関数の形に直し、最大・最小や方程式の解の個数について考える問題である。(3) では $f(x) = g(t)$ という置き換えを使うことにより、 $f(x) = a \cdots \textcircled{1}$ の解と、 $g(t) = a \cdots \textcircled{2}$ の解が1対1ではない(②の解1個に対し、①の解が2個になったり1個になったりする) ところがわかりにくいいため、それを何とかグラフで表現できないか試みた。



a の値を動かすと、共有点の個数がどう変わるのがグラフから読み取れるようになっている。

2次関数のグラフ(置き換え後のグラフ)では線の両端以外を2重にして、直線 $y=a$ との共有点の個数が直接 $f(x)=a$ の解の個数と個数と一致するようにした(2重の部分は2個と数える)。また、下の円では黒い直線との個数が、 $f(x)=a$ の解の個数と一致するようになっている。さらには、交点と円の中心を結ぶと、そのときの h の値と対応するようにした。

参考までに、置き換えを行わない場合のグラフも作成した(右図)。
最後にこれを見せ、今まで行ってきた内容を実際のグラフで確認するのもよい。

