

数B 【ベクトル】 ベクトルと図形（空間）

2012 愛知教育大学 教育学部（前期）【4】

座標空間内において、2点  $O(0, 0, 0)$ 、 $A(1, 0, 1)$  を端点とする線分  $OA$ 、平面  $z=2$  上に点  $(0, 0, 2)$  を中心とする半径1の円周  $C$ 、および  $C$  上の同点  $P$  があるとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 直線  $PA$  と  $xy$  平面と  $xy$  平面との交点を  $A'$  とするとき、 $A'$  の軌跡の方程式を求めよ。
- (2) 線分  $OA'$  が動いてできる  $xy$  平面上の図形を描け。
- (3) (2) の図形の面積を求めよ。

「回転」ボタンを押すと、点  $A'$  が動いていく。点  $A'$  の残像（青）が（1）の軌跡を表し、また線分  $OA'$  の残像（赤）で塗りつぶされた部分が（2）の答えとなる。これより、（3）の面積は（1）の円の内部と、 $O$  からこの円に引いた接線と円で囲まれた部分の面積とを足したものになることが分かる。

なお、スクリプトでは最初に線分  $OA'$  と（1）の円が接する部分（ $\theta=60^\circ$  のとき）でいったん動きを止め、そのときの様子が分かりやすくなるようにした。

