

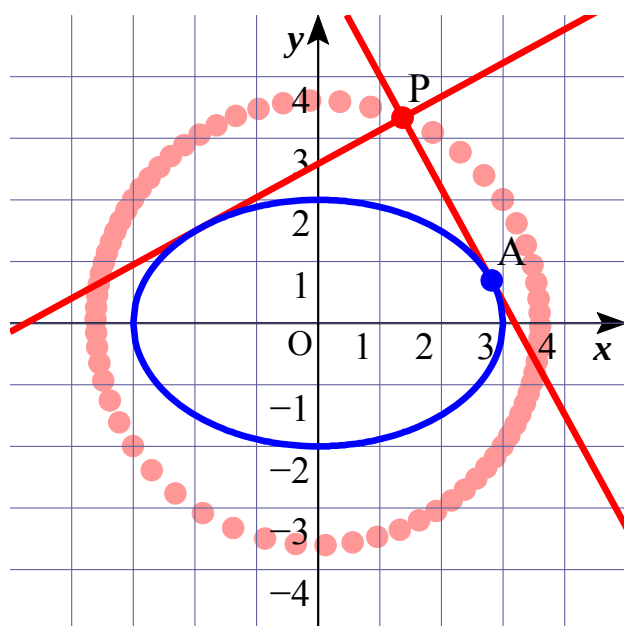
数C 【いろいろな曲線】 楕円

2012 弘前大学 医学部医学科（前期）【6】

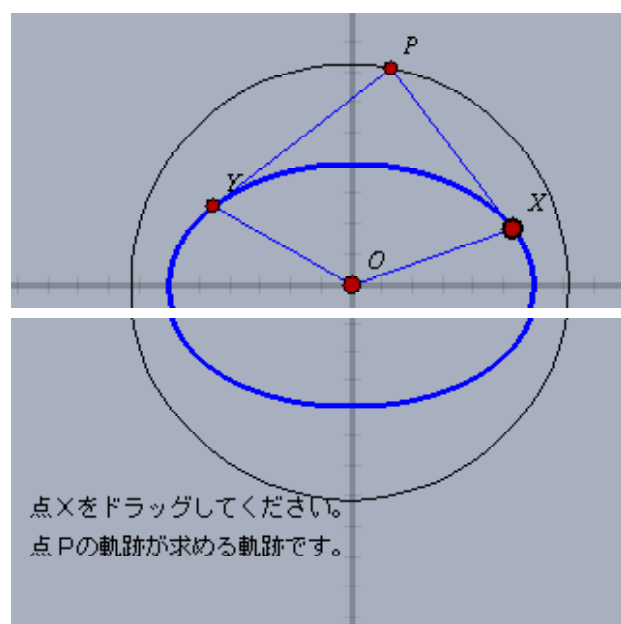
xy 平面上の楕円 $4x^2 + 9y^2 = 36$ を C とする。

- (1) 直線 $y = ax + b$ が楕円 C に接するための条件を a と b の式で表せ。
- (2) 楕円 C の外部の点 P から C に引いた2本の接線が直交するような点 P の軌跡を求めよ。

(1) では判別式を用い、(2) では(1)の結果と2直線の垂直条件などを用いて解く有名問題である。今回は(2)の軌跡を GRAPES と Cinderella を用いて表示してみた。どちらも(2)の解答を視覚的に確認することができる。



GRAPES による作図



Cinderella による表示

この問題で出てくる点 P の軌跡は、楕円 C の「準円」と呼ばれ、一般に

$$\text{楕円 } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ の準円は、円 } x^2 + y^2 = a^2 + b^2$$

であることが知られている。この準円は上記の問題と同じ解き方で求めることができる。