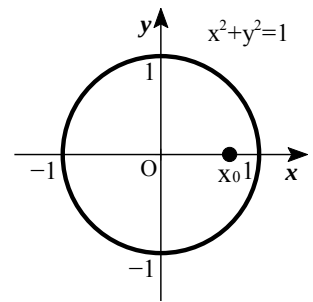


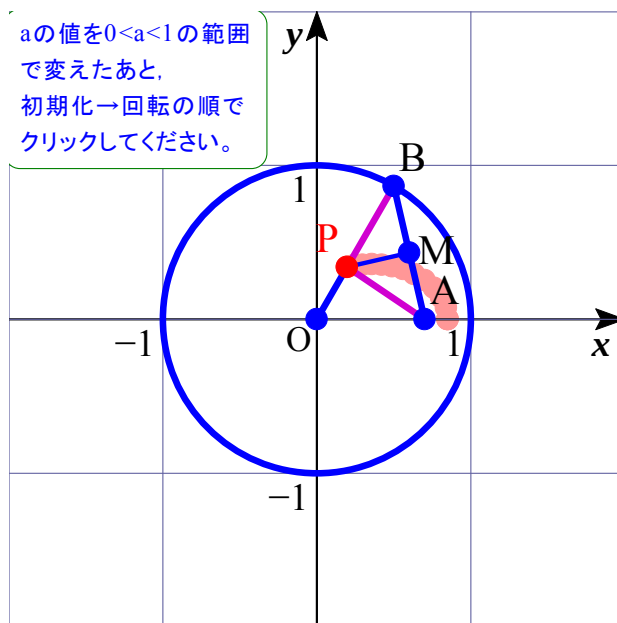
数C 【いろいろな曲線】 楕円

2012 山梨大学 工・生命環境（生命工）学部（前期）【3】

円 $C: x^2 + y^2 = 1$ と点 $A(x_0, 0)$ があり、 $0 < x_0 < 1$ とする。原点 O と円 C 上の点 B を通る直線 l_1 と線分 AB の直線二等分線 l_2 の交点を P とする。点 B が円 C 上を動くとき、点 P の軌跡の方程式を求めよ。また、その方程式が表す図形を右の座標平面上に図示せよ。



点 P の軌跡を GRAPES と Cinderella を用いて表示してみた。



GRAPES による作図



Cinderella による表示

どちらも図から分かるように、 $\triangle AMP \cong \triangle BMP$ より、 $AP = BP$ が成り立ち、これより

$$AP + OP = BP + OP = 1 \quad (\text{円の半径})$$

となることが分かる。したがって、点 P の軌跡は2点 O 、 A を焦点とする楕円となることが分かる。

この性質は点 A を $0 < x_0 < 1$ の範囲で移動させても保たれる。

さらには

①点 A が原点に重なったときは点 P の軌跡は円になる。

②点 A が円 C の外部にある場合は点 P の軌跡は2点 O 、 A を焦点とする双曲線になる

ことも確認できる。