

数Ⅲ 【積分法の応用】面積
数Ⅲ 【いろいろな曲線】極座標と極方程式

2013 上智大学 理工学部【2】

xy 平面上の 2 点 $(-1, 0), (1, 0)$ からの距離の積が 1 である点全体のなす集合を C とする。点 $P(x, y)$ の原点 O からの距離を r , x 軸の正の向きと OP のなす角を θ とすると

$$(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$$

が成り立つ。

- (1) C は極方程式 $r^2 = 2 \cos 2\theta$ で定義される曲線になることを示せ。
- (2) C 上で x 座標が最大になる点の座標を求めよ。また, y 座標が最大になる点の座標を求めよ。
- (3) C の概形を図示せよ。
- (4) C で囲まれる図形の面積を求めよ。

(3) で C の概形を図示するために, 3 つの方法で描画してみた。

- ① 定義より, x, y の関係は $\{(x+1)^2 + y^2\}\{(x-1)^2 + y^2\} = 1$ これを直接描画
- ② ①を極方程式に直し, $r^2 = 2 \cos 2\theta$ これを直接描画
- ③ $(-1, 0)$ と $(1, 0)$ を中心とする 2 つの円を表示し, 「2 つの円の半径の積が 1」を保ちながら, 2 つの円の半径を変え, その交点の軌跡を描画

それぞれのスクリプトを動かすことにより, ①~③の方法で C の概形を描画できるようになっている。様々なアプローチで C の概形を描くことにより, 問題の図形的な意味の理解を深めることができる。

