

数Ⅲ 【積分法の応用】体積

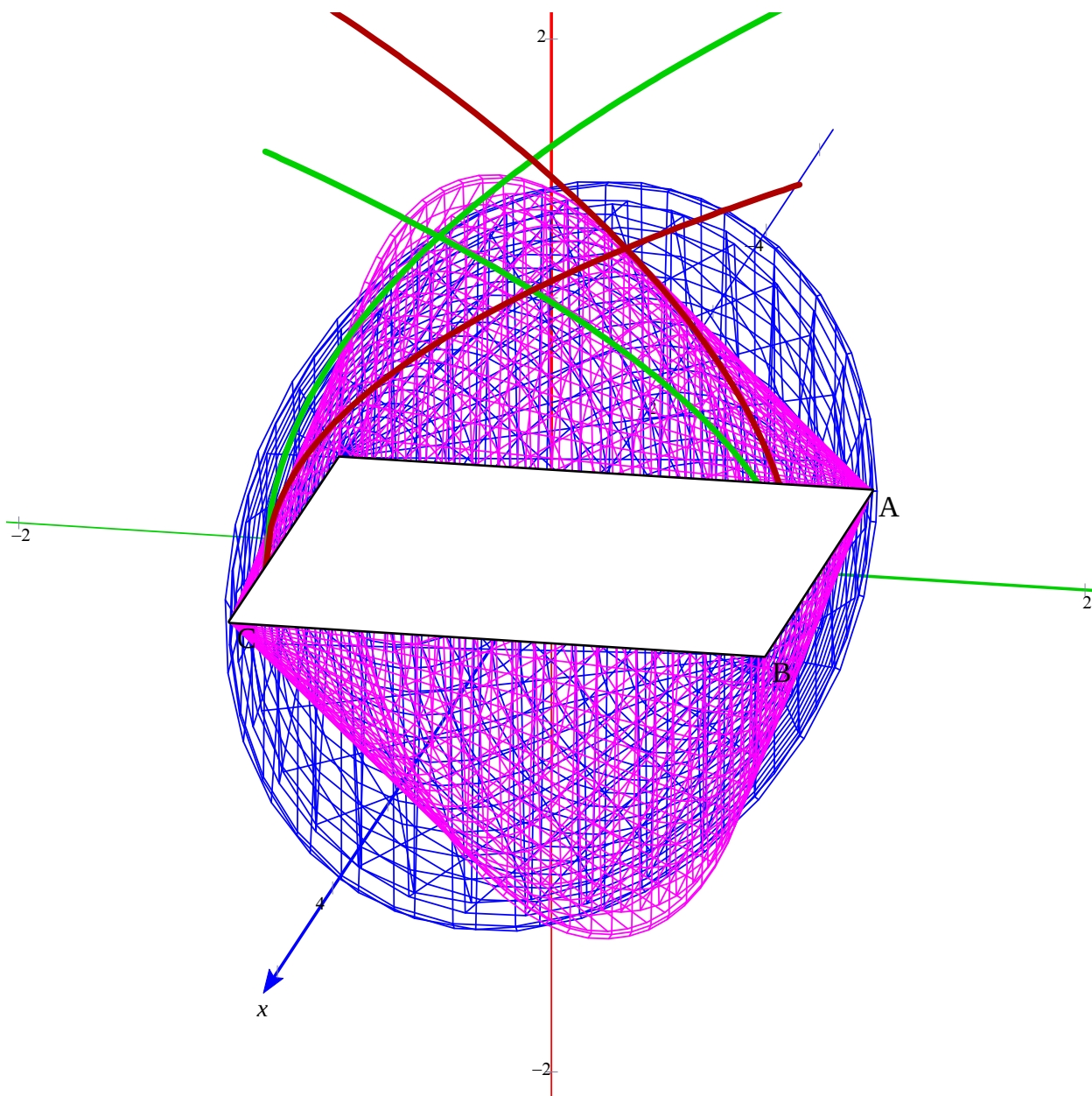
2013 東京大学 理科（前期）【6】

座標空間において、 xy 平面内で不等式 $|x| \leq 1, |y| \leq 1$ により定まる正方形 S の 4 つの頂点を $A(-1, 1, 0), B(1, 1, 0), C(1, -1, 0), D(-1, -1, 0)$ とする。正方形 S を、直線 BD を軸として回転させてできる立体を V_1 、直線 AC を軸として回転させてできる立体を V_2 とする。

(1) $0 \leq t < 1$ を満たす実数 t に対し、平面 $x = t$ による V_1 の切り口の面積を求めよ。

(2) V_1 と V_2 の共通部分の体積を求めよ。

切り口の図形がどうなるかをイメージできないと解くことができないが、なかなかイメージしにくい。図形の表示・非表示を用いて一つ一つの円錐ごとに切り口を考えていくことで切り口の図形のイメージが容易になる。



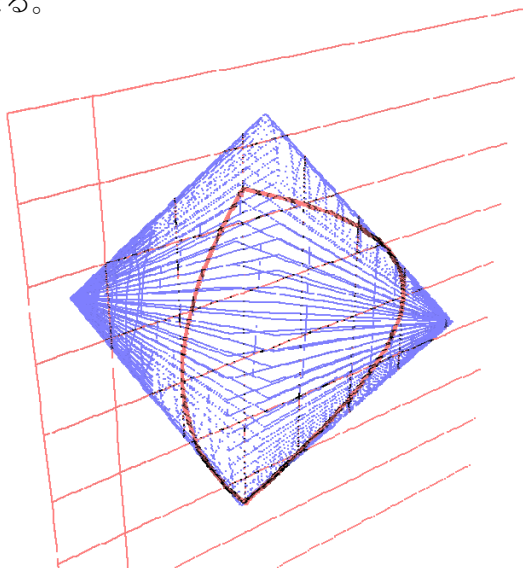
数Ⅲ 【積分法の応用】体積

2013 東京大学 理系学部（前期）【6】

座標空間において、 xy 平面内で不等式 $|x| \leq 1$, $|y| \leq 1$ により定まる正方形 S の 4 つの頂点を $A(-1,1,0)$, $B(1,1,0)$, $C(1,-1,0)$, $D(-1,-1,0)$ とする。正方形 S を、直線 BD を軸として回転させてできる立体を V_1 、直線 AC を軸として回転させてできる立体を V_2 とする。

- (1) $0 \leq t < 1$ を満たす実数 t に対し、平面 $x = t$ による V_1 の切り口の面積を求めよ。
- (2) V_1 と V_2 の共通部分の体積を求めよ。

V_1 も V_2 も 2 つの円錐の底面を合わせた形をしていることは容易に分かる。(1) の平面 $x = t$ による V_1 の切り口は母線に平行に切っているので、円錐曲線の性質により図のような 2 つの放物線で囲まれた形になる。



(2) の V_1 と V_2 の共通部分の形も 3D-GRAPES を使えばイメージしやすくなるだろう。

