

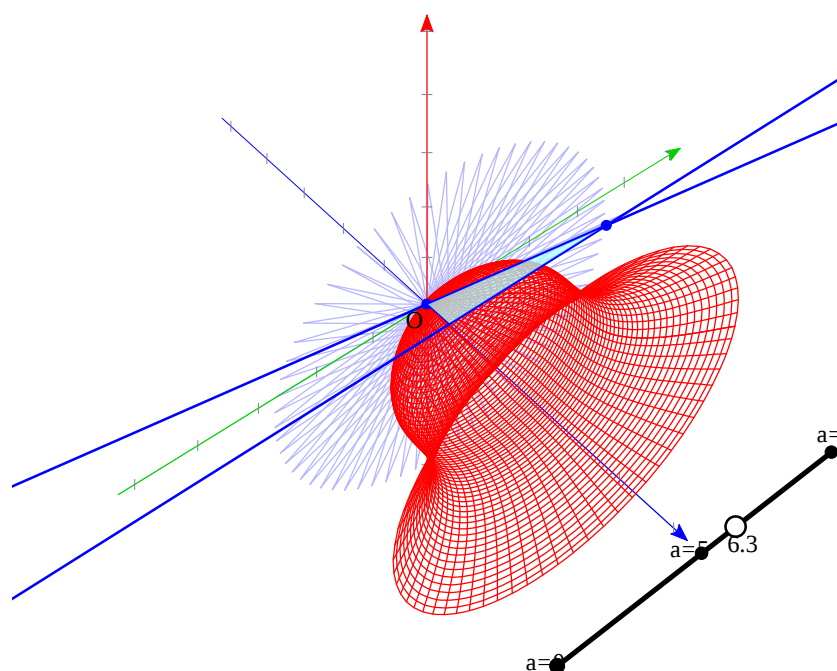
数Ⅲ 【積分法の応用】体積

2013 富山大学 理・工・薬（前期）【6】

直線 $y = ax$ ($a > 0$) と x 軸, および直線 $x = 1$ で囲まれた部分を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を V とし, 曲線 $y = x + \sin x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) と x 軸, および直線 $x = 2\pi$ で囲まれた部分を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を W とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) V を a を用いて表せ。
- (2) $0 < x \leq 2\pi$ において, $x + \sin x > 0$ であることを示せ。
- (3) W の値を求めよ。
- (4) $V = W$ のとき, a の値を求めよ。

微分で曲線を, 積分で体積を求める基本的な問題である。



この分野を学習するにあたって, 3D-GRAPES を使うとグラフや回転する図形をイメージする足掛かりになる。図形をイメージできれば, (1)では積分するよりも円錐の体積を求める方が早い。

ただし, 教室などで示す場合曲面の使用は極力避けた方がよい。特に変化させるパラメータが曲面に使用されているときはかなり重くなる。