数B【数列】漸化式

数C 【行列と1次方程式】1次変換

2013 東京大学 理科(前期)【1】

実数a,bに対し平面上の点 $P_n(x_n,y_n)$ を

$$(x_0, y_0) = (1,0)$$

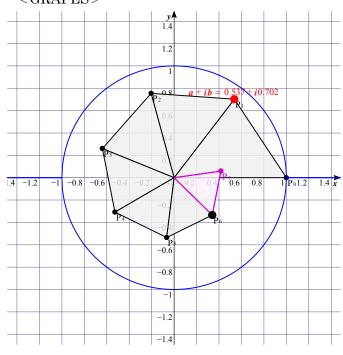
$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = (ax_n - by_n, bx_n + ay_n)$$
 $(n = 0,1,2,\dots)$

によって定める。このとき、次の条件(i),(ii)がともに成り立つような(a,b)をすべて求めよ。

(i)
$$P_0 = P_6$$

(ii)
$$P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$$
は相違なる。





 P_1 が結局のところ(a,b)になっているので、 P_1 を動かすことによって、条件を満たす(a,b)を探すことができる。

一次変換で考えると条件を見ただけでは(a,b)が 単位円上にあることが必要条件であることには 気付きにくいが、実際に P_1 を動かしてみることに よって比較的容易に気付かせることができる。 また、素材作成の上では、一次変換で考えるより も、複素数平面で考える方が作成しやすい。

<GC>

