愛知県高等学校数学研究会
数学科教育情報委員会

数Ⅱ 【図形と方程式】軌跡と領域

2014 お茶の水女子大学　理・文教育（言語文化を除く）・生活科学【２】

座標平面上の点(x, y)に対し$f(x, y), g(x, y)$を次で定める。

$$f(x, y) = (x-3)^2 + y^2 - 4,\ g(x, y) = \sqrt{3}x - 4y$$

以下の問いに答えよ。

（１）　連立不等式　$f(x, y) \leqq 0, g(x, y) \leqq 0$　の表す領域をDとする。Dを図示せよ。

（２）　円$f(x, y) = 0$と直線$g(x, y) = 0$の交点において，円$f(x, y) = 0$と接する直線の方程式を求めよ。

（３）　Dを（１）で定めた領域とする。点(x, y)が領域D内を動くとき，$ax + y$の最大値・最小値を求めよ。ただし，aは正の定数である。

（３）　$a > 0$の範囲で考えたとき，最小値は常に領域Dの左端を直線$ax + y = k \cdots$①が通るときであるが，最大値については①の傾きによって場合分けが必要である。

Grapes で①の傾き$-a$を固定した後スクリプトを動かすと，①と領域Dが共有点を持つ範囲では①の残像が記録される。これを見ると$ax + y$がどこで最大値・最小値をとるかがわかるようになっている。次にaの値を少しずつ変化させて，「aの値を変化させた後にスクリプトを動かす」という作業を繰り返していくと，最大値をとる場所が，あるaの値を境に変化することがわかる。このことにより，この問題の最大値を求めるときに場合分けが必要であることを体験することができる。