

数Ⅲ 【微分法】 面積

2014 九州大学 工学部(後期)【4】

xy 平面において半径 r の円を考える. この円の中心 O は, 時刻 $t = 0$ において点 $(0, r)$ にあり, 一定の速さ ar (ただし $a > 0$) で x 軸の正の方向へ移動する. 同時に, この円は中心 O の周りを単位時間あたり 1 ラジアン割合で時計回りに連続的に回転する. 時刻 $t = 0$ において原点 $(0, 0)$ にあった円周上の定点 P の時刻 t における座標を $(x(t), y(t))$ とする. このとき以下の問いに答えよ.

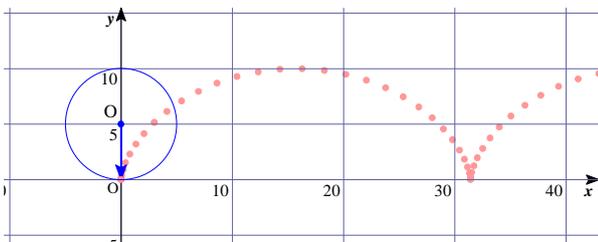
- (1) 点 P の座標 $(x(t), y(t))$ を a, r, t を用いて表せ.
- (2) $0 \leq t \leq 2\pi$ のとき, 以下の (i), (ii) それぞれの場合について, 点 P の軌跡 C の概形を図示し, $x(t), y(t)$ の最大値と最小値, および C と x 軸の共有点の x 座標を求め, 図の中に記入せよ.

(i) $a = 1$ (ii) $a = \frac{1}{2}$

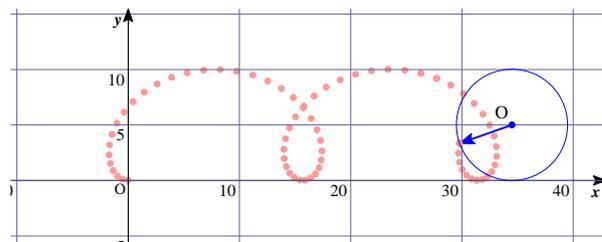
- (3) $a = \frac{1}{2}$ の場合について C と x 軸によって囲まれる領域の面積を求めよ.

Grapes で円および点 P を表示し, t を変化させて動きを見る. $a = 1$ の場合はサイクロイドになるがそれ以外の場合は円が x 軸上を滑りながら転がる感じになる. 実際に動きを見て見ないと分からない部分があるので, a をいろいろと変化させて様子を観察させたい.

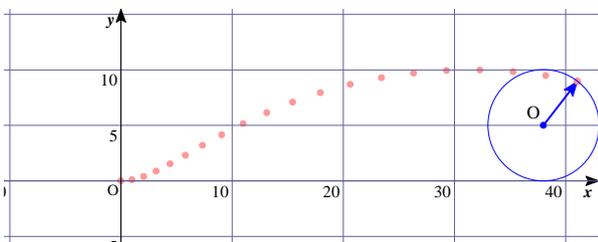
$a = 1$



$a = \frac{1}{2}$



$a = 2$



$a = \frac{1}{4}$

