数Ⅲ 【微分法】面積

2014 東京理科大学 理系(数理情報科学・応用物理・応用化学)B方式【1】

(3) $r>0$ とし，xy 平面上で中心 $(r,0)$，半径 r の円を考える。$0\leq x<t(0<t\leq 2r)$ の範囲にある円の内部を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を $V_r(t)$ とおく。

(a) 体積 $V_r(t)$ は

$$V_r(t)=\pi t^2\left(r-\frac{t}{(ハ)}\right)$$

である。

(b) $a>0$ とし，半径 a の球 B_1 と半径 $\frac{a}{3}$ の球 B_2 があって， B_2 の中心は B_1 の表面上にあるとする。

このとき， B_1 と B_2 の内部の共通部分からなる立体の体積 V は

$$V=V_a\left(\frac{a}{(ヒフ)}\right)+V_{\frac{a}{3}}\left(\frac{(ヘ)}{(ホマ)}a\right)$$
$$=\frac{(ミ)}{(ムメモ)}\pi a^3$$

である。

積分で体積を求める基本的な問題である。下図左は (a)についての図形である。3D-GRAPES は角度を変えれば平面と立体の両方を見せることができるので立体の把握が苦手な生徒には有効である。また,下図右は(b)について図形である。共通部分を考えるときに下図のように実際に見ることができると考えやすい。また,見る角度を変えて平面の切り口を考えれば積分で計算できることがよくわかる。