

数Ⅲ 【積分法】体積

2014 名古屋工業大学 工学部(前期)【4】

座標空間に立方体 K があり，原点 O と 3 点 $A(a, b, 0)$, $B(r, s, t)$, $C(3, 0, 0)$ が次の条件をみたしている。

- (i) OA, AB, BC は立方体 K の辺である。
- (ii) OC は立方体 K の辺ではない。
- (iii) $b > 0, t > 0$

このとき，以下の問いに答えよ。

- (1) 立方体 K の一辺の長さ l を求めよ。
- (2) 点 A の座標を求めよ。
- (3) 点 B の座標を求めよ。
- (4) 辺 AB 上の点 P から x 軸に下ろした垂線の足を $H(x, 0, 0)$ とする。 PH の長さを x を用いて表せ。
- (5) 立方体 K を x 軸を回転軸として 1 回転させて得られる回転体の体積 V を求めよ。

立方体を体対角線を軸に回転させて得られる回転体の体積を求める問題である。過去に複数の大学で類題が出題されている有名問題である。(4)をヒントに(5)で回転体の回転軸に垂直な断面図を考えることになる。

現在 GeoGebra も 3D も扱うことができ、3DGrapes とはまた全然違った魅力がある。上記の問題のような回転体や断面図がかなり簡単な操作で綺麗に描ける。

