

数B 【ベクトル】 空間座標

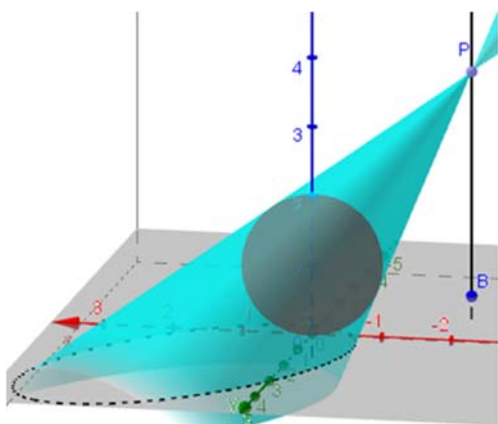
2014 上智大学 理工学部(B方式)【2】

xyz 空間において, xy 平面に原点 $O(0, 0, 0)$ で接し, 中心が $C(0, 0, 1)$ であるような球面を S とする。点 $P(2\sqrt{3}, 0, 3)$ に点光源をおくとき, xy 平面上にできる S の影 S' を考える。

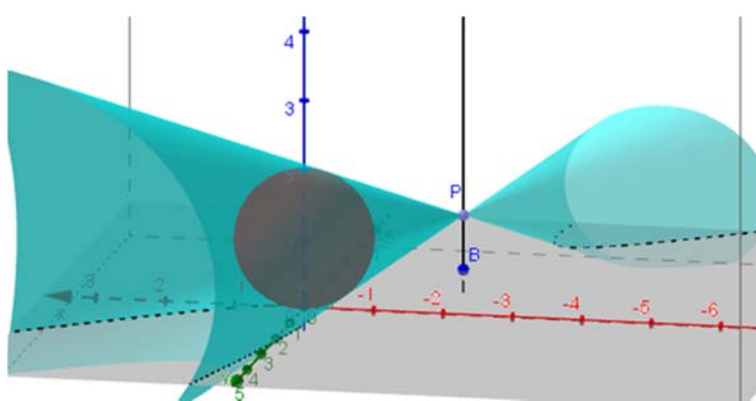
- (1) 点 P から球面 S に引いた接線のひとつと球面との接点を A とする。線分 PA の長さは $\sqrt{\square}$ である。 $\angle CPA = \theta$ とすると, $\sin \theta = \frac{\square}{\square}$ である。
- (2) 球面 S 上で光が当たる部分と影の部分との境界は, $(\frac{\sqrt{\square}}{\square}, \square, \frac{\square}{\square})$ を中心とし, 半径が $\frac{\sqrt{\square}}{\square}$ の円である。
- (3) 影 S' は長軸の長さが $\square\sqrt{\square}$ の楕円の内部である。

xy 平面に接している球面 S に点光源 P から光を当てたときの影を考える問題である。(3)で xy 平面上にできる球面 S の影を考えることになるが, その境界は円錐曲線になることが知られている。この問題では, 点光源 P は固定されているが, P を動かすことによる影の変化を GeoGebra (円錐面を簡単な操作で作成できる) で作成した。

【楕円の場合】



【双曲線 (の一部) の場合】



【放物線の場合】

