

## (参考) 新学習指導要領解説数学編にある話題例

### 数学 I

- 40名のクラスから3名のクラス代表を選ぶ選挙を行うとき、最低何票入れば当選するかを調べる際に、一元一次不等式を活用すること
- 幅20cmの金属板の両端から $x$  cmのところまで折り曲げて切り口が $y$  cm<sup>2</sup>の長方形の雨どいを作るとき、この雨どいの断面積の最大値を求めさせること
- 充電式機器の使用可能時間について、平均値や分散、標準偏差を求めて、それらの意味を理解させることが考えられる。
- 四分位数に関連して箱ひげ図を扱うことも考えられる。箱ひげ図とは、次のように、最小値、第1四分位数、中央値(第2四分位数)、第3四分位数、最大値を箱と線(ひげ)を用いて一つの図で表したものである。箱の長さ四分位範囲で、全データの真ん中の半数が入っている区間を表している。またこの図中に、平均値を記入して中央値との差を考えたり、第1・第3四分位数と中央値との差を考えたりすることにより、データの散らばり具合が把握しやすくなるので、複数のデータの分布を比較する場合などに使われる。
- あるクラスの生徒について、100 m走と走り幅跳びの計測記録を収集し、散布図に表したり相関係数を求めたりして、これらのデータの間の傾向をとらえさせること
- 生徒の身近にある無理数として黄金比や白銀比を取り上げ、無理数に関する理解を深め、関心を高める。黄金比は、ユークリッド原論における比例論の立場では、「線分を二つに分けて、全体の大い方に対する比が、大きい方の小さい方に対する比に等しくなるようにする」こととして定義されるが、身の回りの形や歴史的な建造物などにも見られるものである。例えば、次のような活動が考えられる。黄金比について説明し、身の回りにあるものから黄金比 $\left(1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ をもつ形を探したり、黄金比に関係のある話題を調べたりする。黄金比について説明する際、黄金比と対比させて紙の寸法と白銀比 $(1 : \sqrt{2})$ との関連に触れることも考えられる。さらに、図形と計量の内容と関連させて黄金比を取り上げ、数の不思議さを感じ取らせる。例えば、正五角形や頂角が $36^\circ$ の二等辺三角形などを取り上げ、その図形の中に潜む黄金比を見いだしたり、それに関連して $18^\circ$ や $72^\circ$ の三角比の値を求めたりする活動を行う。
- 身近な事象として、文化祭で模擬店を開設して食品を販売し、利益を寄付するためにその利益を最大にすることを取り上げる。例えば、食品の値段を上げると売れる食品の数は一定の割合で減少すると仮定して、純利益と食品の値段の関係を二次関数で表し、純利益が最大になるように食品の値段と売れる数を決定する活動が考えられる。特に、食品の値段と売れる食品の数との関係をどのように仮定するのがよいか、を生徒に工夫させるようにする。

### 数学 II

- バクテリアの増殖や放射性物質の崩壊など自然現象の中に見られる生成や発展、減衰の様子は指数関数で表わされることが多く、このような具体的な事象と関連させることを通して指数関数の有用性を認識させることも大切である。
- 常用対数を活用して $2^{30}$ の桁数を調べたり、音の強さの単位(デシベル)や星の明るさの単位(等星)、地震の規模を表す尺度(マグニチュード)など、人間の感じ方の尺度に対数が活用されている事例を挙げたりして、対数関数の有用性を認識させることも大切である。
- 「正方形の金属板の四隅から同じ大きさの正方形を切り抜いて、ふたのない直方体の箱を作るとき、箱の容積の最大値はいくらか」など、日常の事象と関連させることで、微分の考えの有用性を認識させる。

### 数学 III

- 数列の極限を事象の考察に活用できるようにする。例えば、 $\sqrt{2}$ が漸化式 $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{1}{a_n}$ ,  $a_1 = 2$ で定義される数列 $\{a_n\}$ の極限であることを用いて、 $\sqrt{2}$ の近似値を求めることを扱うことなどが考えられる。

## 数学 A

- 中学校までに扱ってきた整数に関する約数や倍数などの基本的な用語や 3 の倍数や 5 の倍数の見分け方などの基本的な事項を振り返ってまとめ、約数や倍数に関する事象を論理的に考察し整数の性質についての理解を深める。例えば、2 数の掛け算が筆算形式で表わされた虫食い算や覆面算を扱い、楽しみながら整数の性質の理解を深めさせること
- 平行な直線、線分を与えられた比に内分する点や外分する点、1 の大きさの線分を与えられたときのある大きさの線分、正五角形などの作図を扱うこと
- 多面体に関する基本的な性質としては、オイラーの定理を用いて正多面体が 5 種類しかないことを扱うことなどが考えられる。
- 正の整数を 9 で割った余りに関する性質を考察する活動が考えられる。これは、整数の加法や乗法の検算の方法として用いられてきたものである。例えば、 $23 \times 51 = 1173$  という計算について左辺：23 について  $2 + 3 = 5$ ，51 について  $5 + 1 = 6$ ，更に  $5 \times 6 = 30$  で  $3 + 0 = 3$  右辺：1173 について  $1 + 1 + 7 + 3 = 12$ ，更に  $1 + 2 = 3$  したがって、このような計算をすると左辺と右辺の計算結果はともに 3 で、等しくなっている。このような性質が正の整数の計算では常に成り立つことを幾つかの具体例で確認させ、なぜ成り立つのかを考えさせ、説明させる。
- 「整数の性質」に関連して、江戸時代に吉田光由が著した「塵劫記」の次のような問題を取り上げ、一次不定方程式を利用して解き、その解の意味を考えたり、似たような問題がないか調べ、人間の活動に数学がどのようにかかわっているかを考察したりする活動を行うことも考えられる。「一斗（十升）入りの桶に油が一斗入っている。七升拵と三升拵を使って、一斗桶と七升拵にそれぞれ五升ずつ油を分けたい。どのようにすればよいか。」（油分け算）

## 数学 B

- 大量に生産された製品の中から無作為に抽出された製品に関するあるデータについて、そのデータの平均値と母標準偏差が与えられているとする。このとき、このデータの平均値を用いて信頼度 95 % で母平均を推測すること
- 三角数からなる数列 1, 3, 6, 10, 15, ……などを扱うこと
- 「ハノイの塔」などの具体的な事象と結びつけて漸化式を取り上げ、その有用性や一般項を求める意味を理解させること
- 内積を活用した平面図形の性質の考察としては、例えば、 $\triangle ABC$  とその外接円の中心  $O$  及び  $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$  となる点  $H$  について、 $\vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0$  から、 $AH \perp BC$  を示すことなどが考えられる。
- 正四面体  $OABC$  において、 $OA \perp BC$  を示すこと

## 数学活用

- 記数法や測量などの数学史的な話題や数理的なゲームやパズル
- 自動車の死角や内輪差、自動車や自転車の速度と制動距離の関係など身近な事象を取り上げ、それを数学化して考察し、交通安全にかかわる判断や説明をさせること
- イベント会場の順路や総当り戦の試合進行、最短経路の探索などを考える際に、それらを、頂点と辺で構成される離散グラフに表し、能率的に処理したり、事象の様子を的確に伝えたりすること
- 古代のエジプトやローマにおける記数法、中国における漢数字などを題材として、「0」の果たす役割の大きさについて理解させる。また、バビロニアでは 60 進法の考えが用いられていたことなどを扱ったり、これらのことに関連して、コンピュータと 2 進法との関係などを扱ったりすること
- 分数の発達、方程式に関する話題、和算に関する話題などを扱うこと
- 古代のエジプトの測量、大航海時代の測量、日本の江戸時代の測量などを題材として、図形の性質や三角比を用いた測量の方法について理解させること
- 全地球測位システム（GPS）の話題を取り上げ、身近な科学技術の背後で数学が役立っていることを理解させること

- 作図に関する話題，円周率に関する話題などを扱うこと
- 例えば，次のような「財宝探しの問題」を取り上げる。「ある島に井戸と松の木と梅の木がある。井戸から松の木まで歩いていき，左回りに 90 度向きを変え，同じ距離だけ進み，そこに杭を打つ。さらに，井戸から梅の木まで歩いていき，右回りに 90 度向きを変え，同じ距離だけ進み，そこに杭を打つ。この杭と杭の真ん中の地点に財宝を埋めたと，古文書には書いてある。その財宝を見付けようと，行ってみると松の木と梅の木はあるが，井戸が埋まってしまっていて，見付けられなかった。あなたは，財宝を見付けられるか。」
- 遊びの中に数学が顕在する例として，論理的な思考を必要とする数理的なゲームやパズルなどを取り上げ，戦法などを考えさせること
- 様々な国や地域にある三目並べ（タバタン（フィリピン），シシマ（ケニア））を取り上げる。はじめに，それぞれのゲームを実際に行わせる。そして，グループで，必勝法などを考え，自分の考えを表現したり伝え合ったりする活動を行う。これらの活動を通して，論理的に考えることの楽しさやよさを認識させる。さらに，ゲーム盤やコマのデザインや設定等に文化的な差異が見られる一方で，ルールには共通性が見られることから，数学と文化や人間の活動とのかかわりについても考えさせる。
- いろいろな形のマス目を合同な図形で敷き詰めるパズルを扱い，二値化や数学的帰納法を用いて考えることのよさを認識させたり，覆面算，ナンバープレイスなどを扱い，これらの背景に背理法の考えがあることを認識させたりすること。（問題）たて 8 マス、よこ 8 マスの正方形の，2 つの向かい合う角の欠けたボードがある。そこに 2 マス分かなるタイルを敷き詰めることはできるだろうか。
- 「ハノイの塔」や「河渡りの問題」を扱い，再帰的な考えのよさを認識させること
- 「河渡りの問題」とは次のような問題で，様々な時代や文化に応じた変種があると言われている。「オオカミとヤギを連れ，キャベツのかごを持った男が，河を舟で渡ろうと思った。しかし，舟が小さくて男のほかにはどれか一つしか積むことができない。ところで，男がいないとオオカミはヤギを襲い，ヤギはキャベツを食べてしまう。どうしたら無事に河を渡ることができるだろうか。」
- 自転車の速度の出し過ぎが原因となる交通事故の話題を取り上げ，自転車の速度と制動距離や停止距離の関係について探究させることが考えられる。自転車の制動距離は速度の 2 乗に比例し，その比例定数は路面の状況，ブレーキの性能や握力によって異なる。また，比例定数は，速度メータやビデオカメラ等を利用して測定し求めさせることもできる。そこで，このようにして求めた比例定数を基に，速度を出し過ぎることの危険性について判断するとともに，そのことを数学的な表現を用いて他者に伝える活動を行う。
- 経済にかかわる話題として，ローンの支払い等にかかわる話題を扱うことが考えられる。例えば，ある金額を年利 6 % で借りた場合と年利 10 % で借りた場合について，返済回数を同じにしたときの月々の返済額の違いや月当たりの返済額を同じにしたときの返済総額等の違いを，コンピュータなどを用いて求め，比較させる。さらに，その結果をもとに，ローンを利用する際に注意すべきことなどについて考察させる活動を行うこと
- 省エネルギーや節約，騒音の大きさ，薬の投薬量とその成分の血中濃度，スポーツ競技の採点，為替レート，雇用形態と賃金，社会で用いられているさまざまな指標や指数などにかかわる話題を扱うこと
- 一筆書きや地図の塗り分けの問題を取り上げること
- 幾つかの会場に別れて行われるイベントの地図を，会場を頂点，会場間を結ぶ通路を辺とする離散グラフで表し，それを用いて人の流れを円滑にするための順路を考察させる。同じ通路を 2 回使用しない順路や同じ会場に 2 回訪れない順路を探したり，そのような順路が存在する条件を考えたりする活動をさせる。さらに，離散グラフを行列で表現し，その行列の積が二つの会場を結ぶ経路の数え上げに利用できることを考察させる。
- 総当り戦の試合進行，最短経路の探索，数理パズルなどに関する話題を扱うこと
- 気温とある商品の売り上げとの関係について，散布図や相関係数を用いて調べたり，変数間に関数関係があるとみなして処理し，商品の売り上げを予測したりする。また，身近な地域における，過去 30 年間の 8 月の平均気温のデータを，移動平均を用いて処理し，その変化の傾向を考察すること