

同値関係

Equivalence Relation

ある集合の元の間に関係が定められていて、元 a と元 b が関係があるとき

$$a \sim b$$

と表し、関係がないとき

$$a \not\sim b$$

とかく。

例 1 a が b の約数であるところを $a \sim b$ と定義すると、

$$2 \sim 4, 3 \not\sim 7$$

などと表せる。

定義 1 ある集合における関係 \sim が次の 3 つの条件を全て満たすとき、同値関係 (equivalence relation) という。

1. $a \sim a$ (反射律)
2. $a \sim b \implies b \sim a$ (対称律)
3. $a \sim b$ かつ $b \sim c \implies a \sim c$ (推移律)

例 2 整数の集合 Z において、 $a \sim b$ を $a - b$ が 7 の倍数であることと定義すると \sim は同値関係である。

参考文献

- [1] 石村園子『すぐわかる代数』(東京図書, 2003 年)