ちょっと面白い絶対値のグラフ

絶対値を用いたグラフは通常折れ線のグラフになるが，なかには一部が線ではなく領域になるようなグラフをかくことができる．

まず図 1 に示すグラフを見てみよう．これは

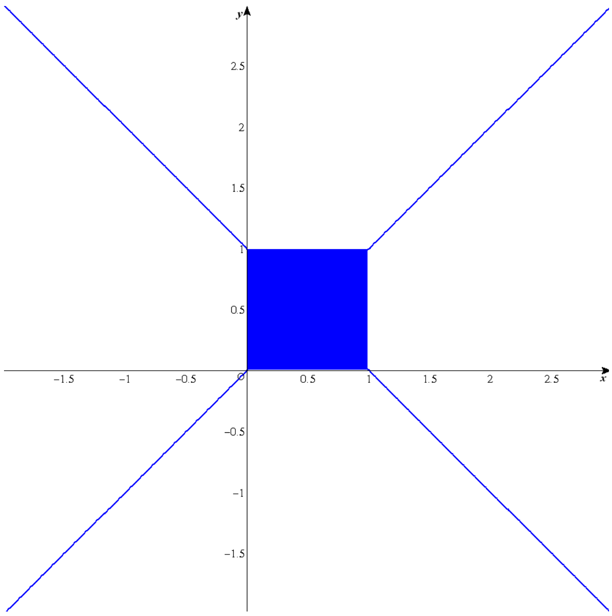

図 1

$$|y| + |y-1| = |x| + |x-1|$$

のグラフである．どうしてこのようになるか調べてみよう．まず $x < 0, y < 0$ のとき

$$-y - y + 1 = -x - x + 1$$
$$y = x$$

$x < 0, 0 \leq y < 1$ のとき

$$y - y + 1 = -x - x + 1$$
$$x = 0 \ (\text{不適})$$

$x < 0, 1 \leq y$ のとき

$$y + y - 1 = -x - x + 1$$
$$y = -x + 1$$

$0 \leq x < 1, y < 0$ のとき

$$-y - y + 1 = x - x + 1$$
$$y = 0 \ (\text{不適})$$

$0 \leq x < 1, 0 \leq y < 1$ のとき

$$y - y + 1 = x - x + 1$$

全ての実数 x, y がこの部分の解である．ほかの部分の式変形は省略する．このグラフをほぼ正確（境界部分がややあやしいが）にかいたのは GRAPES のみであった．WinTpic,FunctionView は陰関数に対応していない．gnuplot は正確にかけなかった．このようなグラフになることは一見不思議に見えるが，三次元で考えてみれば至極当然である．図 3 は FunctionView を用いた．GRAPES3D は媒介変数表示のみなので，やや使いにくい．gnuplot もコマンド入力なのでやはり使いにくい．WinTpic は 3 次元に対応していない．

グラフは見やすくするため上下を $\dfrac{1}{3}$ 倍して

$$z = \frac{1}{3}(|y| + |y-1| - |x| - |x-1|)$$

としてある．このように，三次元では絶対値のグラフは折れ線グラフならぬ折れ面グラフとなる．このグラフ

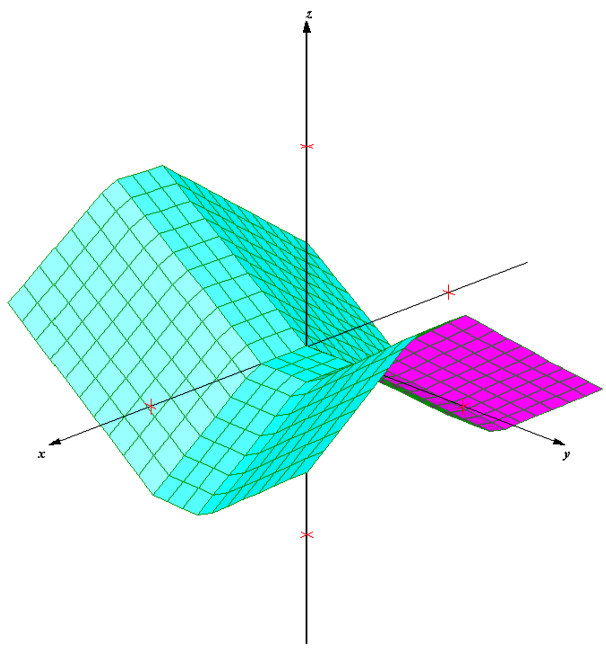

図 2

が xy 平面を横切った部分が図 1 のグラフになるわけである．

図 1 のグラフは直線と領域が組み合わさったグラフであるが領域のみになるグラフはどのような方程式があるだろうか．これも三次元で考えれば簡単である．

$$z = \frac{1}{2}(|x| + |x-1| + |y| + |y-1|)$$

のグラフは図 3 のようになるので，

$$|x| + |x-1| + |y| + |y-1| = 2$$

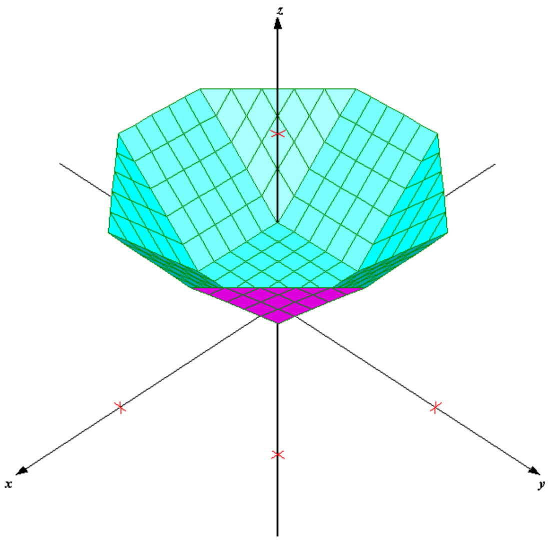

図 3

のグラフは正方形とその内部の領域を現すグラフとなる．

同じようなことは，2 次元から 1 次元を考えた場合も同じようなことが起こりうる．たとえば絶対不等式

$$|x| + |x - 1| = 1$$

の解は

$$0 \leq x \leq 1$$

と不等式で答えなければならない．

もう少し複雑なグラフを GRAPES に描かせてみよう．図 4 は

$$|y^2 - 1| + |y^2 - 4| = |x^2 - 1| + |x^2 - 4|$$

のグラフである．もととなった三次元のグラフは

$$z = |y^2 - 1| + |y^2 - 4| - |x^2 - 1| - |x^2 - 4|$$

で，図 5 は上下に縮小してある．

参考文献

[1] 聖文者編集部編『曲線・グラフ総覧』(聖文社（現 聖文新社），1989 年）

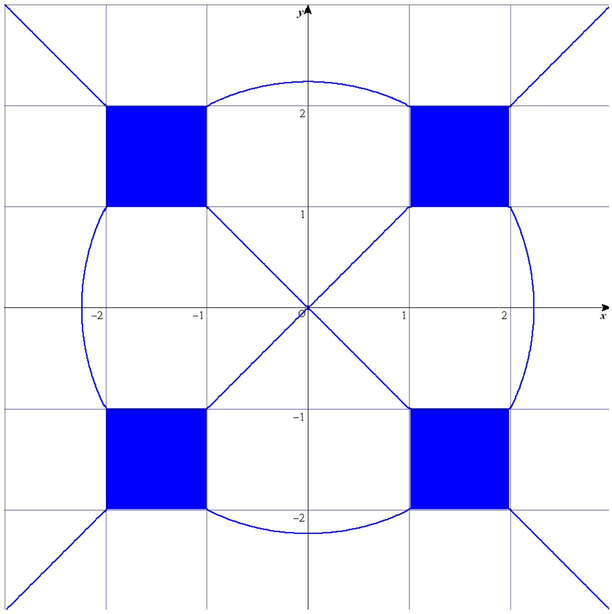

図 4

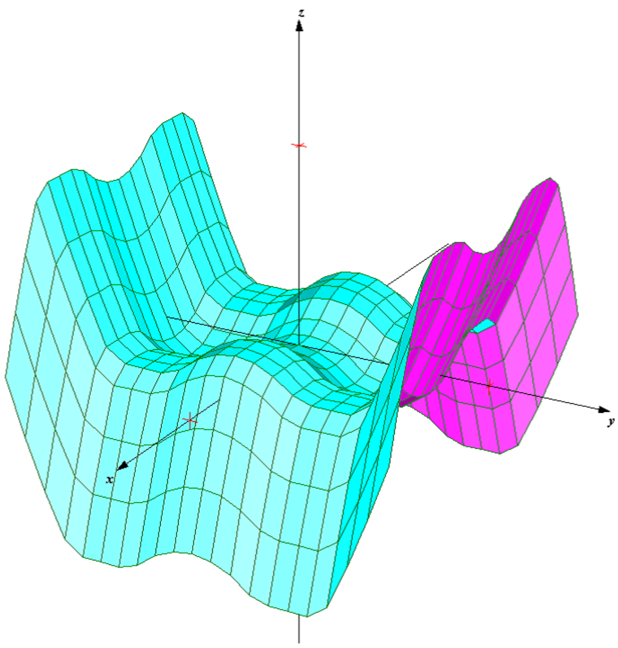

図 5