四次元正五胞体の五隅を切り取った多胞体

二次元では正三角形を二つ組み合わせればひし形となり，いずれも平面を充填する．三次元では正四面体の四隅を切り取れば小さい 4 個の正四面体と正八面体一つに分割できる．この正八面体一つと小さい正四面体二つで平行六面体一つができ，これが三次元空間を充填できる．四次元ではこの関係がどうなるか調べてみようと思い，手始めに正五胞体の四隅を切り取った図形がどのような形になるのか調べた．まず正五胞体の三次元投影図を描く（図 1）．

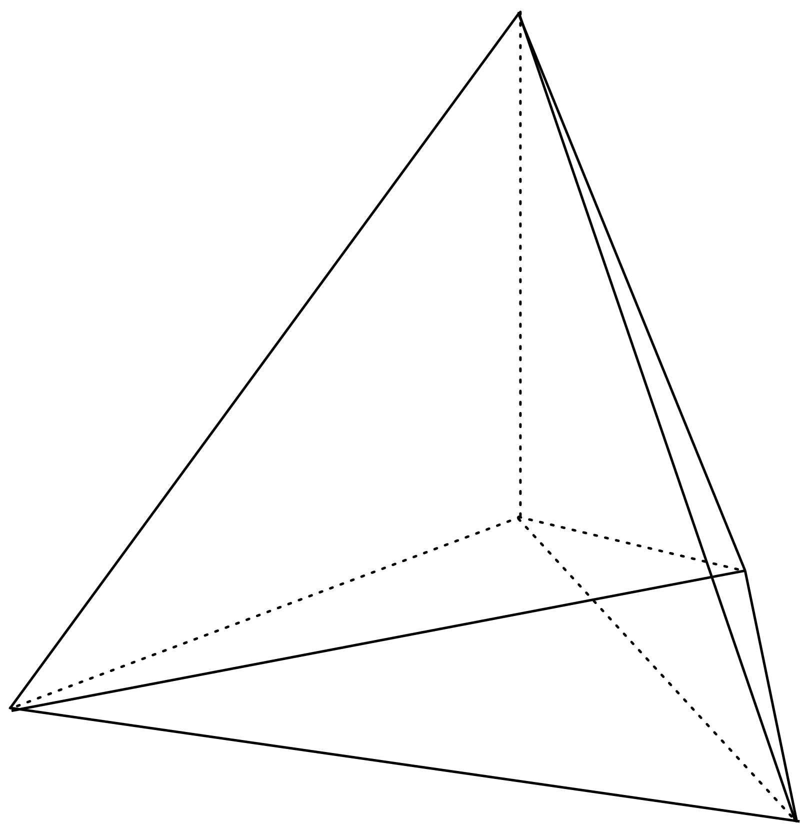

図 1

見やすくするために，第四次元方向の辺は全て点線で表している．次にこの四次元方向の唯一の頂点を切り落としてみよう（図 2）．

あとは順にそれぞれの頂点を切り落としてみよう．

だんだん見にくくなってくるが，やっていることは同じ作業である．

さて，出来上がった図形を見てみると頂点が全部で 10 個あり，その頂点から辺が 6 本ずつでている．しかも面は全て正三角形である．しかしこれは正多胞体ではない．よくわからないが，何かの条件が同等でないのだろう．切り落とした部分にもう一度小さい正五胞体をくっつけてみると元に戻るのは当然だが，切り落とさなかった部分にできた正三角形のところに正五胞体をくっつけても元には戻らない．つまり切り落としてできた断面と，そうでない面は条件が違うのである．

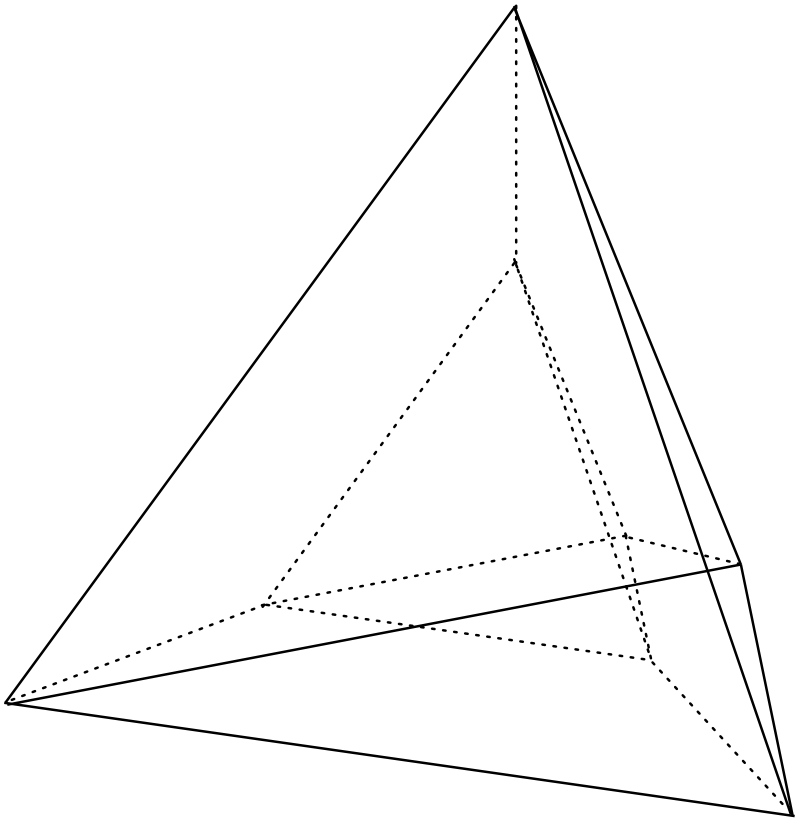

図 2

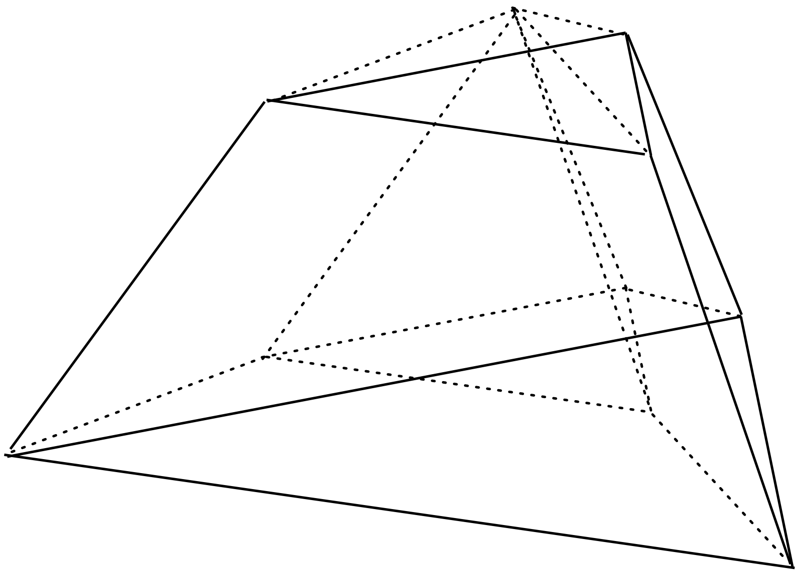

図 3

三次元では正六面体と正四面体二つをくっつけると，一つの平行六面体ができる．同じように，図 5 の図形に正五胞体を二つくっつけたらどうなるだろうか．これはこれは頂点が 13 個の中途半端な図形になる．平行

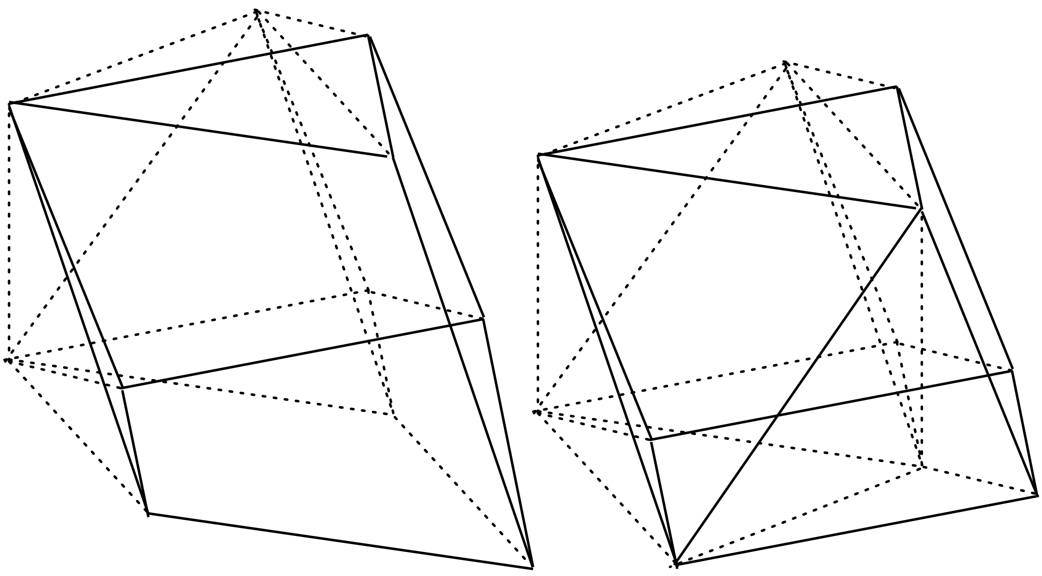

図 4

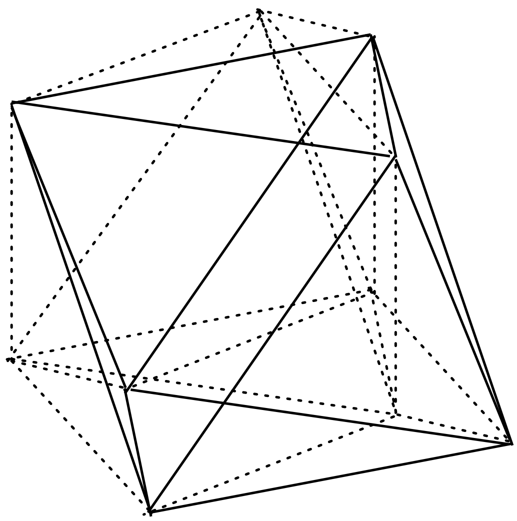

図 5

16 胞体ではない．頂点が足らない．大体この状態で二つの正五胞体をくっつけるというのがそもそも不自然である．平行な面はもう一つあり，これも埋めなければならないのだが，四次元目にあるためどうやって解釈していいかよくわからない．