

オイラーの定理

定理 1

一般に多面体の頂点の数を P , 辺の数を L , 面の数を n とすると , 次の関係がなりたつ .

$$n + P = L + 2$$

[証明] n 面体の各面を $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ とする . この n 個の面を , 一度切りとって , 一つずつ , 継ぎ足してゆく . 最初に S_1 だけのときは明らかに , $P = L$ である . これに S_2 を継ぎ足すと , 辺は 1 本 , 頂点は 2 個共有するので , $P + 1 = L$ となる . 次々と , 各面を継ぎ足していくと , その都度 , 頂点は , 共有する個数が , 辺の共有する個数より 1 つ少ないので , S_3 を継ぎ足した時点では , $P + 2 = L$, S_{n-1} を継ぎ足した時点で , $P + n - 2 = L$ となる . 最後の S_n は全ての辺と頂点を共有するので , この関係に変化は無い . よって定理は証明された .

