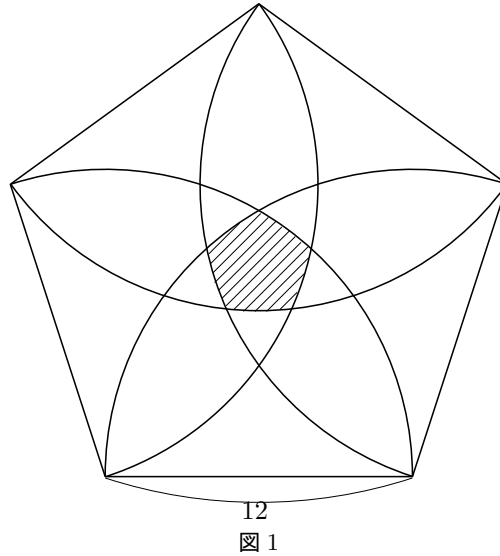
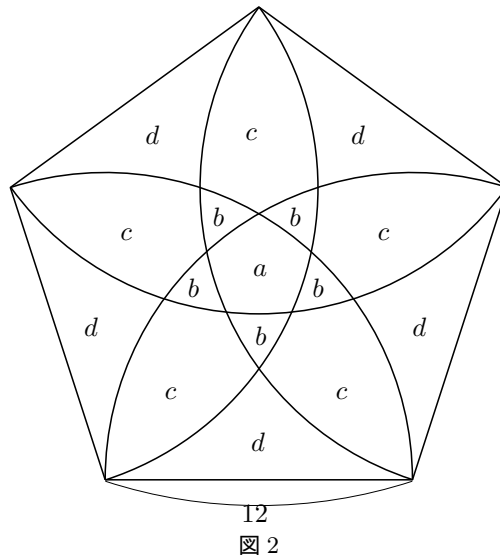


## ちょっと難しい面積の問題

問題 1 図の斜線部分の面積を求めよ .



[解] 図 2 のように領域を分類すると ,  $a \sim d$  の 4 種類の領域に分けることができる .



正五角形の面積を  $S_1$  とすると ,

$$a + 5b + 5c + 5d = S_1 \tag{1}$$

図 3 の斜線部分の面積を面積を  $S_2$  とすると ,

$$a + 4b + 3c + 2d = S_2 \tag{2}$$

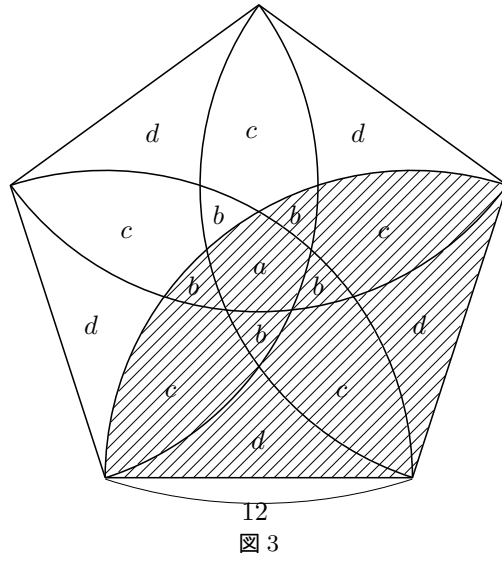
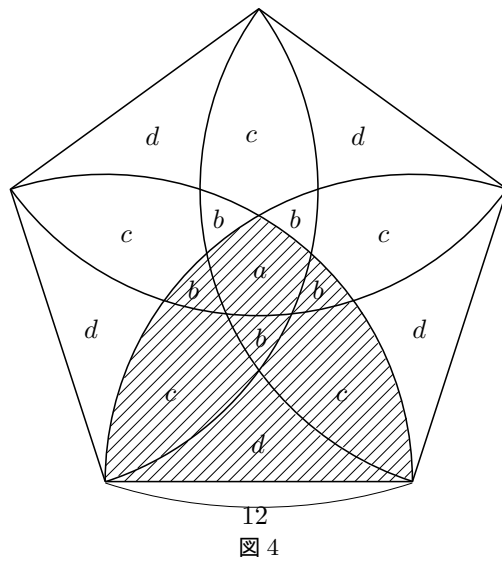


図 4 の斜線部分の面積を面積を  $S_3$  とすると,

$$a + 3b + 2c + d = S_3 \tag{3}$$



(2) - (3) より

$$b + c + d = S_2 - S_3 \tag{4}$$

(4) を (1) に代入して

$$a = S_1 - 5S_2 + 5S_3 \tag{5}$$

五角形の面積  $S_1$  は

$$S_1 = 36\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} \quad (6)$$

また

$$S_2 = \frac{3\pi}{10} \times 144 = \frac{216\pi}{5} \quad (7)$$

$$S_3 = 2 \times \frac{144\pi}{6} - 72\sqrt{3} = 48\pi - 36\sqrt{3} \quad (8)$$

(6),(7),(8) を (5) に代入して

$$\begin{aligned} a &= 36\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - 216\pi + 240\pi - 180\sqrt{3} \\ &= 36\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} + 24\pi - 180\sqrt{3} \cdots (\text{Ans.}) \\ &\simeq 247.749 + 75.398 - 311.769 \\ &= 11.369 \end{aligned}$$

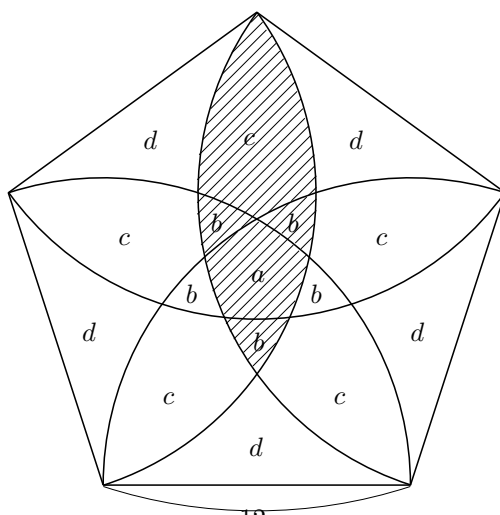


図 5

たまたま  $a$  は三つの方程式で解けたが,  $b, c, d$  を求めるには条件が足りないので, 図 5 の斜線部分の面積を  $S_4$  とすると,

$$a + 3b + c = S_4 \quad (9)$$

(1),(2),(3),(9) を連立すると,

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 5 & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{pmatrix}$$

$$S_4 = 144 \left( \frac{4\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{5} \right) = 144 \left( \frac{4\pi}{5} - \frac{\sqrt{2\sqrt{5}+10}}{4} \right)$$

である .