

JOKER が 1 枚入ったときのワンペアができる確率

カードを使った確率の問題は多い．ポーカーの役のできる確率も計算練習としては適しているが，JOKER が入るとその計算は繁雑となる．ためしにワンペアだけ計算してみた．とくに数学的に興味深い題材があるわけではない．

全ての場合は

$${}_{53}C_5 = 53 \times 13 \times 17 \times 5 \times 49$$

JOKER が入らずにワンペアになる場合は

$${}_4C_2 \times 13 \times {}_{12}C_3 \times 4^3 = 2 \times 3 \times 13 \times 2 \times 11 \times 10 \times 4^3 \quad (1)$$

JOKER が入ってワンペアができてなおかつストレートにはならない場合は

$$({}_{13}C_4 - 10 - 3 \times 9) \times 4^4 = 678 \times 4^4 \quad (2)$$

ここでいうストレートには 10JQKA, JQKA2 などというものを含まない．これらをストレートと解釈すると確率は微妙に変わる．これはルールによる．(1) と (2) を加えたものの中にはフラッシュが入っているのでそれを除かなくてはならない．JOKER が 1 枚入ってフラッシュになる場合は

$$4 \times {}_{13}C_4 = 4 \times 13 \times 11 \times 5 \quad (3)$$

(3) の中にはストレートフラッシュが入っているのでそれを引きすぎているので足さなくてはならない．つまりその場合は

$$37 \times 4$$

よって，求める確率は

$$\begin{aligned} & \frac{2 \times 3 \times 13 \times 2 \times 11 \times 10 \times 4^3 + 678 \times 4^4 - 4 \times 13 \times 11 \times 5 + 37 \times 4}{53 \times 13 \times 17 \times 5 \times 49} \\ &= \frac{1269096}{2869685} \simeq 0.44224226700839987664151291866529 \end{aligned}$$

一般的には 10JQKA をロイヤルストレートと言ってストレートに入れる場合のほうが多いようなので，その場合を調べると JOKER が入ってワンペアができてなおかつストレートにはならない場合は

$$({}_{13}C_4 - 11 - 3 \times 10) \times 4^4 = 674 \times 4^4$$

ストレートフラッシュの場合は 41×4 ．よって求める確率は

$$\begin{aligned} & \frac{2 \times 3 \times 13 \times 2 \times 11 \times 10 \times 4^3 + 674 \times 4^4 - 4 \times 13 \times 11 \times 5 + 41 \times 4}{53 \times 13 \times 17 \times 5 \times 49} \\ &= \frac{1268088}{2869685} \simeq 0.44189100894349 \end{aligned}$$