ルートの開平計算

通常の展開では

$$(a+b+c+d)^2 = a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+2ac+2ad+2bc+2bd+2cd$$

とするところを順序を変えて，

$$\begin{aligned}(a+b+c+d)^2 &= a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2+2ad+2bd+2cd+d^2\\ &= a^2+(2a+b)b+(2a+2b+c)c+(2a+2b+2c+d)d\end{aligned}$$

さらに

$$\begin{aligned}&(a+b+c+d+\cdots)^2\\ =&a^2+(a+a+b)b+(a+a+b+b+c)c+(a+a+b+b+c+c+d)d+\cdots\end{aligned}$$

と表すことができる．

2 以上の一桁の整数を A とし，$\sqrt{A}$ が小数で次のように表されるとする．

$$\sqrt{A} = a.bcd\cdots$$

両辺を 2 乗して

$$\begin{aligned}A &= (a.bcd\cdots)^2\\ &= a^2+(a+a+0.b)0.b+(a+a+0.b+0.b+0.0c)0.0c+(2a+0.b\times 2+0.0c\times 2+0.00d)0.00d+\cdots\end{aligned}$$

これは次に示す $\sqrt{7}$ の場合の

$$\begin{aligned}7 &= 2^2+4.6\times 0.6+5.24\times 0.04+5.285\times 0.005+5.2907\times 0.0007+5.29145\times 0.00005+\cdots\\ &= 4+2.76+0.2096+0.026425+0.00370349+0.0002645725+0.000005291501+\cdots\end{aligned}$$

に対応しているわけである．

それぞれのかっこの中の精度は 1 桁ずつあがり，かっこの外からかける数も 1 桁ずつ精度があがるので，結局 0 を 2 つずつ増やさなければならないわけである．計算途中の小数点以下の 0 は式との対応のために書いたのであり，実際の計算では必要ない．

	2. 6 4 5 7 5 1 3 1 1 0 6 4 5 9 0 5 9 0 5 0 1 6 1 5 7 5
2	$\sqrt{}$ 7.0000000000000000000000000000000000000000000000000000
2	4
4.6	3.00
0.6	2.76
5.24	0.2400
0.04	0.2096
5.285	0.030400
0.005	0.026425
5.2907	0.00397500
0.0007	0.00370349
5.29145	0.0002715100
0.00005	0.0002645725
5.291501	0.000006937500
0.000001	0.000005291501
5.2915023	0.00000164599900
0.0000003	0.00000158745069
5.29150261	0.0000000585483100
0.00000001	0.0000000529150261
5.291502621	0.000000005633283900
0.000000001	0.000000005291502621
5.29150262206	0.0000000003417812790000
0.00000000006	0.0000000003174901573236
5.291502622124	0.000000000024291121676400
0.000000000004	0.000000000021166010488496
5.2915026221285	0.00000000000312511118790400
0.0000000000005	0.00000000000264575131106425
5.29150262212909	0.0000000000004793598768397500
0.00000000000009	0.0000000000004762352359916181
5.2915026221291805	0.00000000000000312464084813190000
0.0000000000000005	0.00000000000000264575131106459025
5.29150262212918109	0.0000000000000004788895370673097500
0.00000000000000009	0.0000000000000004762352359916262981
5.2915026221291811805	0.00000000000000000265430107568345190000
0.0000000000000000005	0.00000000000000000264575131106459059025
5.291502622129181181001	0.000000000000000000008549764618861309750000
0.000000000000000000001	0.000000000000000000005291502622129181181001
5.2915026221291811810026	0.00000000000000000000325826199673212856899900
0.0000000000000000000006	0.00000000000000000000317490157327750870860156
5.29150262212918118100321	0.0000000000000000000000833604234546198603974400
0.00000000000000000000001	0.0000000000000000000000529150262212918118100321
5.291502622129181181003225	0.000000000000000000000030445397233328048587407900
0.000000000000000000000005	0.000000000000000000000026457513110645905905016125
5.2915026221291811810032307	0.00000000000000000000000398788412268214268239177500
0.0000000000000000000000007	0.00000000000000000000000370405183549042682670226149
5.29150262212918118100323145	0.0000000000000000000000002838322871917158556895135100
0.00000000000000000000000005	0.0000000000000000000000002645751311064590590501615725
5.29150262212918118100323145	0.0000000000000000000000000192571560852567966393519375

図形的解釈