

均時差を近似する (2)

1 はじめに

前頁において均時差の近似を行ったが、さらに正確な近似を行ってみようと思う。定数等は前頁を引き継ぐ。

2 平均差

前頁「均時差を近似する。さらにアナレンマをかいてみる」において、平均差は、

$$-2\epsilon \sin \theta$$

と近似できると書いた。さらに正確さを求めるには級数展開の項を増やすしかない。 ϵ^2 まで書くと、

$$-2\epsilon \sin \theta - \frac{5}{4}\epsilon^2 \sin 2\theta$$

となる。 $\epsilon = 0.0167$ を与え、弧度法の単位を時間の分にすると、

$$\frac{720}{\pi} (-0.0334 \sin \theta - 0.0003486125 \sin 2\theta)$$

これで時間の秒単位で正確となる。

3 赤道への整約

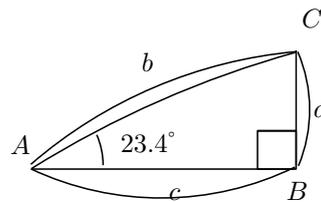


図1 天球を外から見たところ、 b は黄経、 c は赤経を表す。

図1 に天球上の直角三角形を表す。 A は春分点を表し、 C は力学的平均太陽の位置を表す。 C の黄経と赤経の差を求めることを目標とする。

$$0 = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos 23.4^\circ$$

$\cos 23.4^\circ = k$ とおくと、

$$\tan c = k \tan b$$

$$\tan(b - c) = \frac{(1 - k) \tan b}{1 + k \tan^2 b}$$

$$\therefore b - c = \tan^{-1} \frac{(1 - k) \tan b}{1 + k \tan^2 b}$$

$k = 0.91775$ を与えると 赤道への整約は

$$\tan^{-1} \frac{0.08225 \tan b}{1 + 0.9177 \tan^2 b}$$

となる。ラジアンから時間の分に直し、

$$\frac{720}{\pi} \tan^{-1} \frac{0.08225 \tan b}{1 + 0.9177 \tan^2 b}$$

4 平均差と赤道への整約の合成

両者の和をとると

$$\frac{720}{\pi} \times \left(-0.0334 \sin \theta - 0.0003486 \sin 2\theta + \tan^{-1} \frac{0.08225 \tan b}{1 + 0.9177 \tan^2 b} \right)$$

$\theta = \frac{d}{y} 360^\circ, b = \theta - 72.011^\circ$ を与え、

$$-7.655 \sin \frac{d}{y} 360^\circ - 0.079896 \sin \frac{2d}{y} 360^\circ + 229.183 \tan^{-1} \frac{0.08225 \tan \left(\frac{d}{y} 360^\circ - 72.011^\circ \right)}{1 + 0.9177 \tan^2 \left(\frac{d}{y} 360^\circ - 72.011^\circ \right)}$$

となる。二つの三角関数の和で行った近似から比べるとずいぶん複雑な式になってしまった。赤道への整約では \tan の加法定理をつかっているのだが、どうせ \tan^{-1} を使うのなら、

$$b - \tan^{-1}(kb)$$

で十分である。

5 おわりに

実は、この近似式は実測値と比べるとそれほど精度はあがっていない。それは黄経をもとに近時差を求めたためである。そして、黄経を単純に均等割りして日付を対応させていることが最も大きな原因である。これは妥当ではない。近日点と遠日点の間あたりで最も誤差が大きくなる。特に秋のそれは均時差の極大付近なので誤差が目立つ。これを回避するには複雑になるが、赤経をもとに均時差を求める必要がある。次頁でそれを試みようと思う。