

春分と秋分の間隔

地球は太陽を焦点とする楕円軌道を公転している。2016 年現在地球の近日点は 1 月 3 日にある。つまり秋分と春分の間にある。よって、春分から秋分までの長さは秋分から春分の長さより長い。その差がどのくらいあるのか近似的に求めてみよう。

地球はいろいろな要素により、複雑な運動をしている。その一つに近日点の移動がある。主に他の惑星の影響により、一年に 11 秒（角度の秒）北極側からみたときに反時計まわりに移動している。時間にして一年に約 4 分 43 秒遅くなっている（恒星年を基準とした場合）。これは約 11 万年周期で一周する値である。また地球の歳差運動により、春分点も常に動いている。これは時計回りの方向に移動する。これは近日点の移動より速く、時間にして一年につき約 20 分 24 秒早くなる。これらのことは近点年、恒星年、太陽年の長さを比べれば一目瞭然である。

近点年	365 日 6 時間 13 分 53 秒
恒星年	365 日 6 時間 09 分 10 秒
太陽年	365 日 5 時間 48 分 46 秒

春分点が動いているので、その反対側つまり 180° 離れた 秋分点も動いている。つまり春分点からその年の秋分点までの角度は厳密に言えば幾何学的には 180° よりもわずかに少ない。

これらのことを考慮して、厳密に計算することは複雑な過程を要するので、ここではそれをしない。最近の値を近似的に求めるだけなので、1 太陽年で楕円を一周すると仮定して 話を進めることにする。

言葉を定義しておこう。楕円のもっとも長い弦、つまり近日点と遠日点を結ぶ線分を長軸と呼ぶことにする。また楕円の中心を通り長軸と垂直な弦を短軸と呼ぶことにする。長軸、短軸の長さの半分をそれぞれ長軸半径、短軸半径と呼ぶことにする。短軸に平行な焦点を通る弦を直弦とよび、直弦は焦点により半直弦に分割される。

話を単純化するために、近日点が冬至にある場合について考えてみよう。この場合は春分から秋分までの長さと秋分から春分の長さよりの差が最も大きい場合である。春分点と秋分点は直弦の両端にある。つまり、楕円を直弦で二つに分け、その二つの面積の差を求めて、楕円の面積と比べればよいことになる。これはケプラーの面積速度の法則をもとにしている。この面積の差は短軸と直弦に挟まれた部分の面積の 2 倍に等しい、ここで、長軸半径を 1、短軸半径を b とする。また離心率を ϵ とする。 ϵ は十分小さいので、短軸と直弦に挟まれた部分はほぼ長方形と考えてよく、その面積の二倍の値は

$$4\epsilon b$$

である。楕円の面積は

$$\pi b$$

であるから、その面積の比は $\epsilon = 0.0167$ を与えてやれば、

$$\frac{4\epsilon b}{\pi b} = \frac{4\epsilon}{\pi} = 0.0212631$$

楕円の面積を 1 太陽年とすれば

$$0.0212631 \text{ 年} = 0.0212631 \times 365.2422 \text{ 日} = 7.76618 \text{ 日}$$

表 1 春分点と秋分点の間隔

年	3 月 (日)	9 月 (日)	差 (日)
2001	20.9381	23.3367	7.5575
2002	21.1778	23.5806	7.5662
2003	21.4172	23.8243	7.5728
2004	20.6586	23.0628	7.5684
2005	20.8986	23.3082	7.5753
2006	21.1425	23.5445	7.5669
2007	21.3796	23.7855	7.5749
2008	20.6165	23.0308	7.5815
2009	20.8636	23.2633	7.5574
2010	21.1056	23.5068	7.5602
2011	21.3478	23.7533	7.5653
2012	20.5935	22.9927	7.5569
2013	20.835	23.2391	7.562
2014	21.0812	23.4788	7.5536
2015	21.3228	23.7225	7.5599
2016	20.5623	22.9728	7.5716
2017	20.8117	23.21	7.5557
2018	21.0526	23.4546	7.5658
2019	21.2908	23.7016	7.5771
2020	20.5353	22.9387	
			平均 7.5657

現在近日点は黄経で冬至から 12.9889° の位置にありるので求める値は

$$7.76618 \text{ 日} \times \cos 12.9889^\circ = 7.5675 \text{ 日}$$

となる。これは最近の平均値 7.5657 日と比べると 2 分半程長いが、そもそも年ごとのばらつきはもっと大きいので、問題にならないだろう。このばらつきの主な原因は月による摂動である。表 1 に今世紀に入ってから
の値を求めてみた。差というのはその年の春分から秋分までの日数と秋分と次の年の春分までの日数の差を表
している。さて、春分から秋分までは秋分から春分より約 7 日半長いことがわかった。

おそらくほとんど役に立たないと思うが、公式化しておこう。

春分から秋分までの日数と秋分から春分までの日数の差 d (日) を求める公式

$$d = \frac{4\epsilon y \sin \phi}{\pi}$$

ただし ϵ : 離心率, y : 太陽年 (日), ϕ : 近日点黄経

先ほどの計算では近日点の位置として冬至からの角度を使ったので $\cos$ を用いたが, 通常は春分点からの角度を与えられるのでその場合は $\sin$ を用いる.